Ueber die Breite und den Ort der Interferenzstreifen bei keilförmigen Blättchen.

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

Hohen Philosophischen Fakultät der Universität Marburg

vorgelegt von

August Wetthauer
aus Hannover.

ACAD.
LUGD.BAT
BIBL.

MARBURG
Buchdruckerei Chr. Schaaf
1911.

Von der Philosophischen Fakultät als Dissertation angenommen
am 26. Januar 1911.
Referenten: Prof. Dr. Richarz und Prof. Dr. Feussner.

Meinen lieben Eltern.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41556030_0086

Inhaltsübersicht.

Theoretischer Teil. Seite

1. Die bisherigen Arbeiten über die Interferenzerscheinungen bei keilförmigen Blättchen . . . 7
2. Allgemeines über Interferenzerscheinungen . . . 8
3. Ableitung der Formel für den Ort der Interferenzen 9
4. Ableitung der Formel für die Breite der Interferenzen mit Linse 15
5. Ableitung der Formel für die Breite der Interferenzen ohne Linse 17

Experimenteller Teil.

1. Allgemeines über die keilförmigen Blättchen, die Interferenzen und die beabsichtigte Beobachtungsmethode 22
2. Die angewandte photographische Methode . . . 26
3. Die Lichtquelle 28
4. Die Bestimmung der Brechungsexponenten . . . 29
5. Die Bestimmung der Neigungswinkel der Blättchen 32
6. Allgemeines über die Photographien mit Linse und die zugehörigen Tabellen 37
7. Allgemeines über die Photographien ohne Linse und die zugehörigen Tabellen 53
8. Über den Ort der Interferenzstreifen und die zugehörigen Tabellen 58
9. Über die mit geneigter photographischer Platte gemachten Aufnahmen 60
10. Über den wahrscheinlichen Fehler der Streifenbreite 61

Tafel 1 und 2.

Theoretischer Teil.

1. Die bisherigen Arbeiten über die Interferenzerscheinungen bei keilförmigen Blättchen.

Die Arbeiten von Herrn Eugen Schmitt (Über Richtung und Gestalt der Interferenzstreifen keilförmiger Blättchen und ihre Anwendung zur Bestimmung der Dicke dünner Schichten) und Herrn Karl Bartsch (Über Richtung und Gestalt der Interferenzstreifen an keilförmigen dünnen Blättchen bei Beleuchtung mit einer punktförmigen Lichtquelle) bestätigten die von Herrn Professor Feußner aufgestellte Theorie, die besagt, daß im allgemeinen die bei keilförmigen Blättchen auftretenden Interferenzstreifen nicht parallel der Keilkante des Blättchens laufen, und daß ein Unterschied besteht zwischen den mit breiter Lichtquelle und den mit punktförmiger Lichtquelle erzeugten Interferenzstreifen. Bei breiter Lichtquelle tritt bei gleichbleibender Anordnung von Lichtquelle, Blättchen, Linse und Schirm nur dann eine Änderung der Richtung der Streifen ein, wenn man die Linse bezw. das Auge vor dem Blättchen in Richtung der Axe bewegt, eine Bewegung der leuchtenden Fläche übt keinen Einfluß auf die Richtung der Streifen aus; dagegen erzeugt bei punktförmiger Lichtquelle nur deren Verschiebung eine Änderung der Streifenrichtung. Die Formel, die die Theorie für die Breite und den Ort der Interferenzstreifen ergibt, nachzuprüfen ist das Ziel der vorliegenden Arbeit.

2. Allgemeines über Interferenzerscheinungen.

Einige allgemeine Erörterungen mögen der Theorie, die ich hier kurz wiedergeben will, vorangeschickt sein.

Die von zwei sich in gleichen Schwingungszuständen befindenden Lichtpunkten kommenden Wellen sind bei ihrem Zusammentreffen interferenzfähig, d. h. sie erzeugen unter Umständen auf einem von beiden beleuchteten Schirme helle und dunkle Streifen. Derartige Punkte können durch Brechung oder Reflexion der von immer demselben leuchtenden Punkte ausgehenden Strahlen erzeugt werden. Sie können reell oder virtuell sein. Lichtpunkte, die verschiedenen Lichtquellen oder verschiedenen Stellen ein und derselben Lichtquelle angehören, sind nicht interferenzfähig. Von letzteren Punkten ausgehende Strahlen nennt man inkohärente, interferenzfähige hingegen kohärente Strahlen.

Bei dieser Arbeit sind die an der Vorder- und Rückfläche des keilförmigen Blättchens erzeugten Spiegelpunkte eines jeden Punktes einer breiten Lichtquelle als Ausgangsort kohärenter Strahlen anzusehen. Es ist leicht den Bewegungszustand eines beliebigen Ätherteilchens zu berechnen, wenn mehrere leuchtende Punkte vorhanden sind. Dazu dient der Satz von der ungestörten Übereinanderlagerung kleinster Bewegungen. Wenn ein Ätherteilchen gleichzeitig von verschiedenen Erregungsmittelpunkten ausgehenden Wellen ausgesetzt wird, dann kann die tatsächliche Verschiebung des Teilchens als Resultante derjenigen Verschiebungen angesehen werden, die durch die zusammentreffenden Wellen einzeln hervorgerufen werden. Ist also beispielsweise ein Teilchen durch verschiedene Erschütterungsquellen erregt, dann addiert sich die durch eine neue Ursache hervorgerufene Bewegung des Ätherteilchens geometrisch zu der bereits vorhandenen.

Im folgenden ist der Gang der theoretischen Untersuchungen kurz wiedergegeben (vergl. Winkelmann Handbuch der Physik 2. Aufl. 1906 Bd. VI Optik XXX pag. 957 folg.).

3. Ableitung der Formel für den Ort der Interferenzen.

Es handelt sich zunächst um die Feststellung der gegenseitigen Lage zweier zusammengehöriger Lichtstrahlen, d. h. zweier von demselben Punkte der Lichtquelle ausgehender und in demselben Punkte der die Interferenzerscheinung enthaltenden Fläche wieder zusammentreffender Strahlen; sodann ist der Wegunterschied dieser beiden Strahlen zu bestimmen, die hierfür erhaltene Formel ist die hauptsächliche Grundlage für die weitere Erklärung. Die Interferenzstreifen entstehen entweder direkt (dies aber nur wenn sie reell sind, vergl. weiter unten pag. 22 und 23) oder [und wenn sie nicht reell sind, ist dies die einzige Möglichkeit] vermittelst einer Linse auf einem Schirm oder auf der Netzhaut des Auges unmittelbar oder nach Zwischenschaltung eines optischen Apparates wie Lupe, Fernrohr oder Mikroskop. Wir müssen nun die Lage des dünnen Blättchens beziehungsweise der Lichtquelle und der Linse gegeneinander geometrisch ausdrücken. Wir beziehen dieselben zu dem Zwecke auf ein rechtwinkliges Coordinatensystem mit den Axen OX, OY, OZ dessen Anfangspunkt O in die Vorderfläche des Blättchens und dessen X-Axe in die Axe der Linse, die wir auf das Blättchen gerichtet voraussetzen, gelegt ist. Die XY-Ebene ist so gelegt, dass sie die Normale ON der Vorderfläche des Blättchens enthält, sie ist daher auch die Einfallsebene des in der Axe der Linse verlaufenden Strahles (des Axenstrahles wie wir ihn kurz nennen wollen) und die Z-Axe liegt in der Vorderfläche des Blättchens. Über die Lichtquelle werde zunächst

vorausgesetzt, dass sie so gross sei, dass sämtliche durch die Linse zu den betreffenden Punkten des Schirmes gelangenden Strahlenkegel vollständig ausgefüllt seien. Auf ihre Gestalt kommt es dann nicht wesentlich an, wir wollen sie der Einfachheit wegen als eben annehmen und auf *AO*, dem Axenstrahle vor seiner Reflexion an dem Blättchen, senkrecht stehend

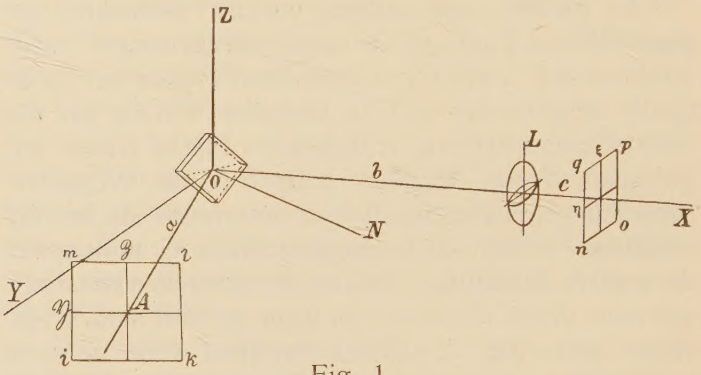


Fig. 1

denken; *i k l m* stellt ein Stück derselben dar, ihre Entfernung vom Coordinatenursprung sei gleich *a*. Die Linse ist in der Figur durch *L* bezeichnet, ihre Entfernung vom Coordinatenursprung sei *b*, ihre Brennweite *f*; der Schirm *n o p q*, auf welchem die Interferenzerscheinung sich bildet sei von ihr um *c* entfernt; das dünne Blättchen ist in Fig. 2 noch einmal besonders gezeichnet, seine beiden ebenen Grenzflächen *abcd* und *a'b'c'd'* schneiden sich verlängert in der geraden Linie *BC*, der Keilkante. Dieser parallel ist durch den Coordinatenanfang die Linie *Og* gezogen, welche mit der, wie schon bemerkt, in der vorderen Fläche des Blättchens liegenden *Z*-Axe den Winkel φ bildet. Die in der *XY*-Ebene gelegene Normale *ON* auf die Vorderfläche bildet mit der *X*-Axe und der Geraden *OA* den Winkel α. Die Kanten des Blättchens sind parallel und senkrecht zur Keilkante gezeichnet, so dass *d a*

und $d'a'$ den Neigungswinkel ϑ der Flächen einschliessen. Eine vom Coordinatenursprung O auf die zweite Fläche $a'b'c'd'$ gefällte Senkrechte habe die Länge D. Durch diese 4 Stücke α, φ, ϑ und D ist die Lage und Gestalt unseres keilförmigen Blättchens, soweit sie hier in Betracht kommt, vollständig bestimmt,

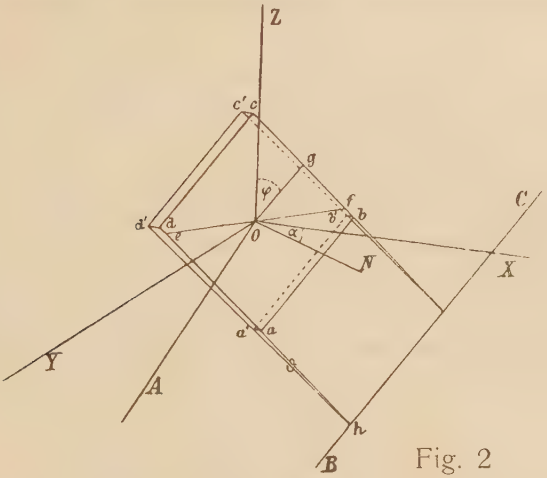


Fig. 2

das Brechungsverhältnis der Substanz, aus der es besteht, sei n. Nach diesen Festsetzungen ist der Verlauf eines Strahles von der Lichtquelle bis zum Schirme durch die Coordinaten irgend zweier seiner Punkte und die Angabe, wievielmal er das Blättchen von der Vorder- zur Rückfläche und wieder zurück zur Vorderfläche durchsetzt habe, bestimmt. Wir können uns im Interesse der Übersichtlichkeit mit der Betrachtung der an der Vorderfläche und der unter einmaliger Durchlaufung des Blättchens an der Hinterfläche zurückgeworfenen Strahlen begnügen. Als vorzüglich geeignete Punkte für die Bestimmung des Strahles bieten sich zunächst sein Ausgangspunkt auf der Lichtquelle und sein Endpunkt auf dem Schirme, aber auch die Punkte der Linse eignen sich gut hierfür, oder genauer gesprochen die Punkte einer kreisförmigen Diaphragma-

öffnung, welche wir uns mit der zweiten (nach dem Schirme hin gelegenen) Linsenfläche verbunden denken wollen, denn die sämtlichen nach allen den einzelnen Punkten des Schirmes gelangenden Strahlenkegel fallen in dieser gemeinschaftlichen Grundfläche zusammen, während sie im übrigen Verlaufe nach beiden Seiten auseinandertreten. Wir wollen die Coordinaten der Punkte dieser drei auf der XY-Ebene senkrechten Ebenen, Schirm, Diaphragma und Lichtquelle, besonders bezeichnen, indem wir in ihnen Coordinatensysteme einführen, deren eine Axe jedesmal die Durchschnittslinie mit der XY-Ebene ist und deren andere darauf senkrecht steht. Die Coordinaten der Schirmpunkte seien so η und ζ, die der Diaphragmapunkte η_2 und ζ_2, die der Punkte der Lichtquelle $\mathfrak{y}$ und $\mathfrak{z}$. Zwischen den Coordinaten der Punkte eines und desselben Strahles bestehen nun, wenn er an der Vorderfläche des Blättchens zurückgeworfen ist, die Gleichungen:

$$(1)\quad \begin{cases} \mathfrak{y} + F\eta_2 + G\eta = o \\ \mathfrak{z} + F\zeta_2 + G\zeta = o \end{cases}$$

und wenn er an der Hinterfläche zurückgeworfen ist, in welchem Falle wir die Coordinaten mit Strichen versehen wollen,

$$(1a)\quad \begin{cases} \mathfrak{y}' + F\eta_2' + G\eta' = H \\ \mathfrak{z}' + F\zeta_2' + G\zeta' = J \end{cases}$$

dabei ist gesetzt:

$$(2)\quad \begin{cases} F = \dfrac{a+b}{e} - 1; \quad G = \dfrac{a+b}{c} \\ H = \dfrac{\sin 2a}{w} D + \dfrac{2wa \cos\varphi}{\cos a}\vartheta; \quad J = 2wa \sin\varphi \cdot \vartheta \\ w = \sqrt{n^2 - \sin^2 a} \end{cases}$$

wobei e die Entfernung des durch die Linse vom Schirme entworfenen Bildes von dieser, oder mit andern Worten die Entfernung des Punktes, auf

welchen der optische Apparat (Linse mit Schirm) eingestellt ist, von der Linse bedeutet.

Mittelst dieser Gleichungen können wir nun das Zusammenwirken der Strahlen näher verfolgen, doch würde eine ausführliche Wiedergabe der Ableitungen von Herrn Professor Feussner zu weit führen. (Siehe W. Feussner, Sitz.-Bericht der Gesellschaft zur Beförderung der gesamten Naturwissenschaft zu Marburg 1880 S. 1.u. Wiedem. Ann. 14. 551 folg., 1881). Herr Professor Feussner erhält schliesslich für den Gangunterschied Δ zweier zusammengehöriger Strahlen verschiedene Formen, je nachdem er die Punkte zur Bestimmung der Strahlen wählt, zwei dieser Formen sind:

$$(3)\quad \Delta = 2wD + \left(H_2\eta_2 + J_2\zeta_2 + \frac{H_1}{c}\eta + \frac{J_1}{c}\zeta + K\right)$$

und

$$(3a)\quad \Delta = 2wD - \frac{1}{F}\left(H_2\mathfrak{y} + J_2\mathfrak{z} + \frac{H}{c}\eta + \frac{J}{c}\zeta - KF\right)$$

worin zur Abkürzung gesetzt ist:

$$(4)\quad \begin{cases} H_1 = \dfrac{\sin 2\alpha}{w}D - \dfrac{2wb\cos\varphi}{\cos\alpha}\vartheta;\ J_1 = -2wb\sin\varphi\cdot\vartheta \\ H_2 = \dfrac{\sin 2\alpha}{w}\dfrac{D}{e} - \dfrac{2w\cos\varphi}{\cos\alpha}\left(\dfrac{b}{e} - 1\right)\vartheta; \\ J_2 = -2w\left(\dfrac{b}{e} - 1\right)\sin\varphi\cdot\vartheta;\ K = \dfrac{1}{2F}\left(H_2H + J_2J\right) \end{cases}$$

Fassen wir nun einen bestimmten Punkt P des Schirmes mit den Coordinaten η und ζ ins Auge, so können in dem Ausdruck (3) für den Gangunterschied aller Paare von zusammengehörigen Strahlen, welche nach P gelangen nur die beiden Glieder

$$(5)\qquad H_2\eta_2 + J_2\zeta_2$$

noch verschiedene Werte erhalten. Setzen wir ihre Summe gleich einer Constanten, so wird dadurch eine

Gerade in der Ebene des Diaphragmas bestimmt, etwa FG in Fig. 3, und die Strahlenpaare, deren erste

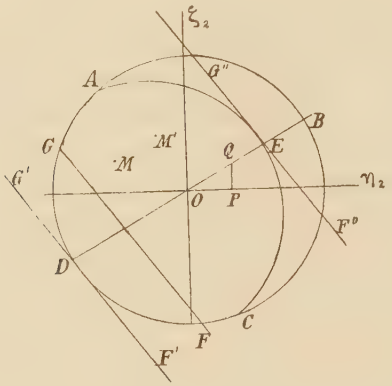


Fig. 3

Strahlen durch FG gehen, haben in P gleichen Gangunterschied. Die Veränderung dieses Gangunterschiedes und damit die Lichtstärke bei anderen Paaren hängt ab von der Veränderung des Ausdruckes (5). Bezeichnen wir durch m den Abstand der beiden Grenzlagen der Linie FG ($F'G'$ und $F''G''$ in Fig. 3) voneinander, so ist nach bekannten Sätzen der analytischenGeometrie der Unterschied M der Grenzwerte von (5):

$$M = m\sqrt{H_2^{\,2} + J_2^{\,2}} \tag{6}$$

Je grösser dieser Ausdruck ist, um so wechselnder sind die Lichtstärken, die von den nach P gelangenden Strahlenpaaren daselbst erzeugt werden. Da dasselbe auch bei allen benachbarten Punkten des Schirmes stattfindet, so kann offenbar bei einer einigermassen beträchtlichen Grösse von M keine Interferenzerscheinung wahrnehmbar sein, und sie muss am deutlichsten werden, wenn dieser Ausdruck einen möglichst kleinen Wert hat. Seine Grösse ist bei

gegebener gegenseitiger Lage von Lichtquelle, Blättchen und Linse abhängig von e, d. h. von dem Orte des Punktes, auf den der optische Apparat eingestellt (das Auge accommodiert) ist, und wir müssen den Wert e_0 von e bestimmen, für welchen der kleinste Wert von M und damit die grösste Schärfe der Interferenzerscheinung eintritt. Nun ist zwar m nicht ganz unabhängig von e, aber man findet leicht, dass es fast immer so wenig veränderlich ist, dass wir es hier als konstant betrachten können. Dann ergibt sich:

$$e_0 = -\frac{1}{2w\vartheta} \frac{H_1^2 + J_1^2}{\frac{\cos\varphi}{\cos\alpha} H_1 + \sin\varphi \cdot J_1}$$

und damit für die Entfernung E des eingestellten Punktes vom Blättchen

$$(7) \quad E = b - e_0 = \frac{\sin\alpha}{w^2} \cdot \frac{bw^2\cos\varphi - \sin\alpha\cos^2\alpha\frac{D}{\vartheta}}{bw^2(1+\operatorname{tang}^2\alpha\cos^2\varphi) - \sin\alpha\cos\varphi\frac{D}{\vartheta}} \frac{D}{\vartheta}$$

Wenn die Ebene des Neigungswinkels der beiden Flächen des Blättchens mit der Einfallsebene zusammenfällt, also für $\varphi = o$ oder $\varphi = \pi$, wird der Ausdruck für E:

$$(8) \quad E = \pm\frac{\sin\alpha\cos^2\alpha}{w^2}\frac{D}{\vartheta}$$

Nur für diesen Fall ist die Prüfung vorgenommen.

4. Ableitung der Formel für die Breite der Interferenzen mit Linse.

Wie wir so aus Gleichung (3) für den Wegunterschied zusammengehöriger Strahlen den Ort der grössten Deutlichkeit der Interferenzerscheinung abgeleitet haben, können wir auch aus derselben die Breite der Streifen finden. Da nämlich der Teil der Diaphragmaöffnung, durch welchen die an der Interferenz teilnehmenden

Strahlen des an der Vorderfläche zurückgeworfenen Bündels durchtreten, für alle Punkte des Schirmes ein und derselbe ist ($A\ E\ C\ D$ in Fig. 3), so kann mit einem jeden nach einem Punkte P des Schirmes gelangenden Paare zusammengehöriger Strahlen ein nach einem andern Punkte P_1 gelangendes verglichen werden, das durch dieselben Punkte in der Ebene des Diaphragmas hindurch gegangen ist. Für diese beiden Strahlenpaare haben die beiden ersten Glieder in der Klammer denselben Wert, und liegen die Punkte P und P_1 auf dem Schirme so, dass die Summe des dritten und vierten Gliedes für sie auch gleich ist, so ist jedesmal der Wegunterschied eines Strahlenpaares dem des mit ihm verglichenen gleich. Dann sind auch die in den Punkten P und P_1 von den einzelnen Strahlenpaaren erzeugten Lichtstärken dieselben, also auch die daselbst vorhandenen Gesamthelligkeiten gleich. Daraus geht hervor, dass die Punkte des Schirmes, welche auf demselben Interferenzstreifen liegen, die Gleichung

$$\frac{H_1}{c}\,\eta + \frac{J_1}{c}\,\zeta = \text{const.} \tag{9}$$

befriedigen müssen. Nimmt nun im Falle einer breiten Lichtquelle die Constante in Gleichung (9) um die Wellenlänge λ des Lichtes zu oder ab, so ändern sich nach Gleichung (3) die Gangunterschiede aller zusammengehörigen Strahlen ebenfalls um eine Wellenlänge, wir erhalten also wieder dieselben Lichtstärken wie vorher. Durch die wie angegeben geänderte Gleichung (9) wird aber bekanntlich eine zur ersten im Abstande $\frac{\lambda c}{\sqrt{H_1^2 + J_1^2}}$ parallele Gerade dargestellt, wir haben also in diesem Abstande auch die Streifenbreite unserer Interferenzerscheinung, wie sie sich auf dem Schirme bildet. Auch die Streifenbreite ist für die Lage des Blättchens nachgeprüft, wo $\varphi = o$ oder $\varphi = \pi$ ist, dafür wird

aber $J_1 = o$, es ist somit für diesen Fall die Streifenbreite B:

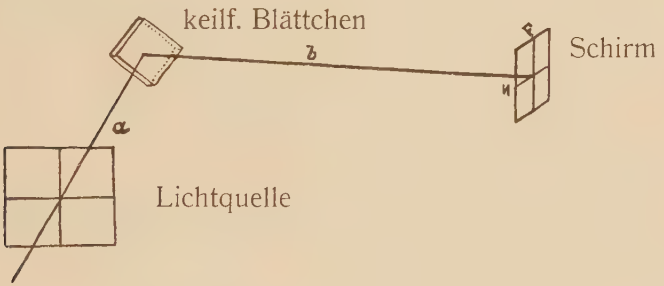
$$B = \frac{\lambda c}{H_1}$$

oder wenn man den Wert für H_1 aus (4) einsetzt:

$$B = \frac{\lambda c}{\frac{\sin 2a}{w} D - \frac{2wb \cos \varphi}{\cos a} \vartheta}.$$

5. Ableitung der Formel für die Breite der Interferenzen ohne Linse.

Umgestaltung der Gleichungen für die Interferenzstreifen dünner Blättchen im Fall ihrer Erzeugung ohne Linse.



Die in Klammern beigefügten Nummern der Gleichungen sind dieselben wie in der Abhandlung der Marburger Sitzungsberichte von 1880, S. 1 f. Es gilt dann für unseren Fall bei den Gleichungen (8), (9) und (10):

$$\lambda_2 = \lambda_1 = \lambda_0$$
$$\mu_2 = \mu_1 = \mu_0$$
$$\nu_2 = \nu_1 = \nu_0$$

Die Gleichungen (11), (12) und (13) bleiben ungeändert, (14) und (14a) fallen fort. Der betrachtete Lichtstrahl

wird hier bestimmt durch die Coordinaten η, ζ seines Endpunktes auf dem Schirm und die Richtungscosinus λ_0; μ_0; ν_0. Bezeichnen wir seine Weglänge vom Blättchen zum Schirm durch L_3 so tritt an die Stelle der Gleichungen (15) bis (17):

$$\begin{matrix}15\\16\\17\end{matrix}\quad \frac{\xi - x_h}{\lambda_0} = \frac{\eta - y_h}{\mu_0} = \frac{\zeta - z_h}{\nu_0} = L_3$$

Die Gleichungen (18), (19), (20) bleiben unverändert, die Gleichungen (21), (22), (23), (24) fallen weg. Gleichung (25) wird:

$$(25)\quad L_3 = b + (\eta - b\mu_0)\tang a + \frac{1}{2}(\mu_0^2 + \nu_0^2)\, b - \mu_0 (\eta - b\mu_0)\tang^2 a$$
$$= b - x_h + \frac{1}{2}(\mu_0^2 + \nu_0^2)\, b$$

In den Gleichungen (26), (27), (28) und (29) treten nur η und ζ an die Stelle von η_1 und ζ_1; Gleichung (30) bleibt unverändert. An Stelle der Gleichung (31) tritt:

$$(31)\quad \begin{cases} \mathfrak{x} = a\cos 2a \quad \eta \sin 2a + (a+b)\sin 2a\,\mu_0 - h\sin 2a \left(\dfrac{\sin 2a}{w} D \right. \\ \qquad \left. + \dfrac{2wa\cos\varphi}{\cos a}\,\vartheta\right) \\ \mathfrak{y} = a\sin 2a + \eta\cos 2a \quad (a+b)\cos 2a\,\mu_0 + h\cos 2a \left(\dfrac{\sin 2a}{w} D \right. \\ \qquad \left. + \dfrac{2wa\cos\varphi}{\cos a}\,\vartheta\right) \\ \mathfrak{z} = \zeta - (a+b)\,\nu_0 + 2haw\sin\varphi\,\vartheta \end{cases}$$

Gleichung (31a) fällt weg, an Stelle von (32) tritt:

$$(32)\quad \begin{cases} \mathfrak{x} = a \\ \mathfrak{y} = \eta - (a+b)\,\mu_0 + hH \\ \mathfrak{z}_1 = \zeta - (a+b)\,\nu_0 + hJ \end{cases}$$

Gleichung (32a) bleibt unverändert (33) und (34) fallen weg. Der mit dem betrachteten Strahl zusammengehörige k mal durch das Blättchen gegangene habe die Richtungscosinus λ'_0; μ'_0; ν'_0; dann tritt an die Stelle von Gleichung (35);

$$(35)\qquad \begin{cases} \mu_0 - \mu'_0 = (h-k)\dfrac{H}{a+b} \\ \nu_0 - \nu'_0 = (h-k)\dfrac{J}{a+b} \end{cases}$$

Nach Gleichung (26) und (27) ist:

$$x_0 - x_h = -2h\frac{\sin^2 a}{w}D + 2h\left[\frac{n^2}{w^3}\sin a\cos a\mu_0 D - \frac{\sin^2 a}{w}\left((\xi - \nu_0 b)\sin\varphi + (\eta - \mu_0 b)\frac{\cos\varphi}{\cos a}\right)\vartheta - h\frac{n^2+\sin^2 a}{w^2}\sin a\cos\varphi D\vartheta\right]$$

$$x'_0 - x'_k = -2k\frac{\sin^2 a}{w}D + 2k\left[\frac{n^2}{w^3}\sin a\cos a\mu'_0 D - \frac{\sin^2 a}{w}\left((\xi - \nu'_0 b)\sin\varphi + (\eta - \mu'_0 b)\frac{\cos\varphi}{\cos a}\right)\vartheta - k\frac{n^2+\sin^2 a}{w^2}\sin a\cos\varphi D\vartheta\right]$$

$$L_1 - L'_1 = x_0 - x'_0 + (h-k)\frac{a}{2}\left[\left(\frac{H}{a+b} - 2w\frac{\cos\varphi}{\cos a}\vartheta\right)\left(2\mu_0 - (h-k)\frac{H}{a+b} - 2(h+k)w\frac{\cos\varphi}{\cos a}\vartheta\right) + \left(\frac{J}{a+b} - 2w\sin\varphi\vartheta\right)\left(2\nu_0 - (h-k)\frac{J}{a+b} - 2(h+k)w\sin\varphi\vartheta\right)\right]$$

$$L_3 - L'_3 = -x_h + x'_k + (h-k)\frac{b}{a+b}\left(2H\mu_0 - (h-k)\frac{H^2}{(a+b)} + 2J\nu_0 - (h-k)\frac{J^2}{a+b}\right)$$

$$L_2 - L'_2 = 2(h-k)\frac{n^2}{w}D - 2\left[(h\mu_0 - k\mu'_0)\frac{n^2}{w^3}\sin a\cos a D - \frac{n^2\vartheta}{w}\left((h-k)\left(\eta\frac{\cos\varphi}{\cos a} + \xi\sin\varphi\right) - \left((h\mu_0 - k\mu'_0)\frac{\cos\varphi}{\cos a} + (h\nu_0 - k\nu'_0)\sin\varphi\right)b\right) - 2(h^2-k^2)\frac{n^2}{w^2}\sin a\cos\varphi D\vartheta\right]$$

Also erhalten wir für den Wegunterschied Δ:

$$L_1 + L_2 + L_3 - (L'_1 + L'_2 + L'_3) = \Delta$$

$$\Delta = 2(h-k)wD + (h-k)\left[\left(\frac{\sin 2a}{w}D - \frac{2w\cos\varphi}{\cos a}b\vartheta\right)\mu_0 - 2w\sin\varphi b\vartheta\nu_0 + 2w\vartheta\left(\frac{\cos\varphi}{\cos a}\cdot\eta + \sin\varphi\xi\right) - \frac{(h-k)}{2(a+b)}(HH_1 + JJ_1)\right]$$

wobei

$$H = \frac{\sin 2\alpha}{w} D + \frac{2w\cos\varphi}{\cos\alpha} a\vartheta;\ J = 2w\sin\varphi\, a\vartheta$$

$$H_1 = \frac{\sin 2\alpha}{w} D - \frac{2w\cos\varphi}{\cos\alpha} b\vartheta;\ J_1 = -2w\sin\varphi\, b\vartheta$$

ist. Zu beachten ist aber dabei, dass hier das b etwas anderes ist als in den Ableitungen für den Fall mit Linse, wo es die Entfernung der Linse vom Blättchen bedeutet, während es hier die Entfernung des Schirmes bezw. der photographischen Platte ist; infolgedessen ist auch hier das H_1 und J_1 etwas anderes als dort.

Führen wir zur Bestimmung des Strahles ausser η, ζ statt μ_0, ν_0 jetzt die Durchschnittspunkte mit der YZ Ebene ein, die wir η_0, ζ_0 nennen wollen, so ist, da die μ_0, ν_0 und μ'_0, ν'_0 nur in den kleinen Gliedern von der zweiten Ordnung vorkommen, zu setzen

$$\mu_0 = \frac{\eta - \eta_0}{b} \qquad \nu_0 = \frac{\zeta - \zeta_0}{b}$$

damit wird der Gangunterschied:

$$\Delta = 2(h-k)wD - (h-k)\left[\frac{H_1}{b}\eta_0 + \frac{J_1}{b}\zeta_0 - \frac{\sin 2\alpha}{w}\frac{D}{b}\eta + \frac{h-k}{2(a+b)}(HH_1 + JJ_1)\right]$$

Danach würde die für die Deutlichkeit der Streifen beste Entfernung der photographischen Platte vom Anfangspunkt sein:

$$b = \frac{\sin 2\alpha \cdot \cos\alpha}{2w^2\cos\varphi}\frac{D}{\vartheta} = \frac{\sin\alpha \cdot \cos^2\alpha}{w^2 \cdot \cos\varphi}\frac{D}{\vartheta}$$

Die Streifen sind immer senkrecht zur Einfallsebene und ihre Breite ist:

$$B = \frac{\cos\alpha}{2w\cos\varphi} \cdot \frac{\lambda}{\vartheta} = \frac{w}{\sin 2\alpha}\frac{b\lambda}{D}$$

Für den speziellen Fall, dass $\varphi = o$, und für diesen ist die Prüfung der Formeln nur vorgenommen, lauten dann die beiden letzten Formeln:

$$b = E = \frac{\sin \alpha \cos^2 \alpha}{w^2} \frac{D}{\vartheta} \text{ und } B = \frac{w}{\sin 2\alpha} \cdot \frac{b\lambda}{D}.$$

Experimenteller Teil.

1. Allgemeines über die keilförmigen Blättchen, die Interferenzen und die beabsichtigte Beobachtungsmethode.

Die fünf rundgeschnittenen keilförmigen Platten, an denen die Prüfung der Formeln ausgeführt werden sollte, waren aus den Werkstätten von Zeiss in Jena und hatten einen Neigungswinkel von rund 1′ bis 2′. Obgleich die Platten mit Sorgfalt hergestellt waren, zeigten sie doch sämtlich mehr oder weniger grosse Abweichungen von der keilförmigen Gestalt, worauf ich noch an anderer Stelle zurückkommen werde. In dem theoretischen Teile ist die gegenseitige Lage von Lichtquelle, keilförmigem Blättchen, Linse und Schirm durch Beziehung auf ein rechtwinkliges Coordinatensystem beschrieben. Die dabei vorkommenden Winkel konnten in den experimentellen Untersuchungen mit Hilfe des Feussnerschen Interferenzmessapparates leicht und scharf hergestellt werden. Es ist bereits früher darauf aufmerksam gemacht, dass die Prüfung der Formeln nur für die Lage des keilförmigen Blättchens durchgeführt ist, bei der Neigungsebene des Blättchens und Einfallsebene des Lichtes zusammenfallen, die Keilkante also senkrecht zur Einfallsebene steht. Das heisst, wenn man sich des theoretischen Teiles erinnert, dass $\varphi = o$ oder $\varphi = 180^0$ ist; im ersten Falle liegt die Keilkante auf der Seite des Beobachters und die Interferenzstreifen sind für von Null verschiedene Einfallswinkel (α) reell und liegen vor dem keilförmigen Blättchen, im zweiten Falle ist die Keilkante dem Beobachter abgekehrt und der Lichtquelle zugewandt, und die Interferenzstreifen

erscheinen für von Null verschiedene α virtuell hinter dem Blättchen wie aus Folgendem hervorgeht. In beiden Fällen kann man mit einer Convexlinse reelle Bilder der Interferenzerscheinung auf einem Schirm entwerfen, bezw. sie mit einem Fernrohr oder direkt beobachten; die Skizzen veranschaulichen es.

Fig. I

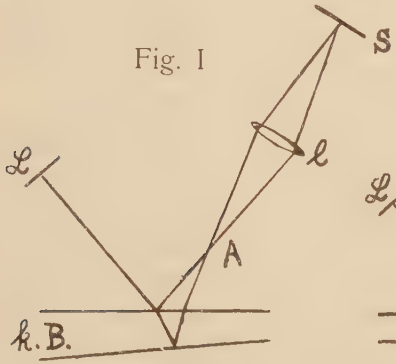
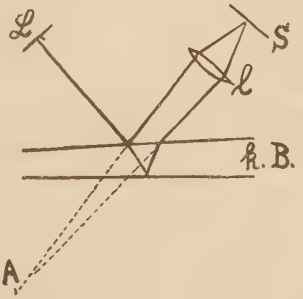


Fig. II



In den Figuren ist L die Lichtquelle, k. B. das keilförmige Blättchen, l die Linse und S der Schirm. Der reelle (Fig. I) oder virtuelle (Fig. II) Ort A der Interferenzstreifen ist durch die im theoretischen Teile angegebenen Formel zu berechnen, und bei der Beobachtung ist er die Stelle, auf die das Auge akkomodiert bezw. der optische Apparat eingestellt ist, bei den reellen Interferenzstreifen auch die Stelle, an der man dieselben ohne Linse auf einem Schirme sichtbar machen kann. Die Einstellung des Einfallswinkels α und des Winkels φ geschieht mit dem Feussnerschen Interferenzmessapparat. Auf dem runden horizontalen Tischchen des aufrecht stehenden Apparates befestigt man das keilförmige Blättchen so, dass seine Vorderfläche in der Drehungsaxe des zur Bestimmung des Einfallswinkels dienenden Armes liegt. Der 40 cm

lange Arm wird am oberen Ende mit einem 1 mm und in 10 cm Abstand vom keilförmigen Blättchen mit einem 1 cm weiten Diaphragma versehen und auf Null der zugehörigen Winkelskala eingestellt. Eine zwischen beiden Diaphragmen angebrachte Spiegelglasplatte wirft von einer seitlich stehenden Quecksilberlampe kommendes Licht durch das untere Diaphragma auf das keilförmige Blättchen. Durch Justieren an drei das Tischchen tragenden Schrauben bringt man das durch das obere Diaphragma auf dem keilförmigen Blättchen sichtbare Spiegelbild der unteren Diaphragmaöffnung genau in die Mitte der letzteren. Die Gerade durch die Mitten der beiden Diaphragmaöffnungen (man kann sie vielleicht Diaphragmenaxe nennen) steht dann senkrecht auf dem keilförmigen Blättchen; in dieser Richtung zurückgeworfene Strahlen haben den Einfallswinkel Null. Verstellt man jetzt den Arm, so gibt die Skala den Einfallswinkel des in der Richtung der eben definierten Diaphragmenaxe beobachteten reflektierten Strahles an. Bei senkrechtem Lichteinfall laufen die Interferenzstreifen stets der Keilkante des Blättchens parallel und liegen in der Oberfläche desselben. Um den Winkel $\varphi = o$ oder $\varphi = 180^0$ herzustellen, richtet man deshalb durch Drehen des mit dem Tischchen des Interferenzmessapparates fest verbundenen keilförmigen Blättchens die Interferenzstreifen bei senkrechtem Lichteinfall parallel einem senkrecht zur Einfallsebene gespannten Faden. Zur Messung der Interferenzstreifenbreite diente anfänglich ein mit in $^1/_{10}$ mm geteiltem Okularmikrometer versehenes Fernrohr. Die Formel für die Streifenbreite B für $\varphi = o$ oder $\varphi = 180^0$ lautete:

$$B = \frac{\lambda c}{\frac{\sin 2a}{w} D - \frac{2 w b \cos \varphi}{\cos a} \vartheta}.$$

Hierin ist c der für sämtliche Beobachtungen gleiche Abstand des Okularmikrometers und b der von Beob-

achtung zu Beobachtung verschiedene Abstand der Mitte des keilförmigen Blättchens vom Fernrohrobjektiv. Die Winkel α und φ sind in den einzelnen Fällen leicht zu bestimmen, wenn das keilförmige Blättchen in der angegebenen Weise auf dem Interferenzmessapparat befestigt ist. Fällt die Diaphragmenaxe mit der Axe des Fernrohrs zusammen, dann gibt die Kreisteilung für den Arm des Interferenzmessapparates den Winkel α an; der Winkel $\varphi = o$ oder $\varphi = 180^0$ wird wie beschrieben beim Auflegen der keilförmigen Platten auf den Interferenzmessapparat festgelegt. Die Einstellung des Fernrohrs geschah nun folgendermassen. Am Interferenzmessapparat wurde der zur Messung der Einfallswinkel dienende Arm auf einen bestimmten Winkel eingestellt und mit zwei Diaphragmen versehen. Hiervon war das eine mattgeschwärzte Diaphragma am Ende des Arms und das andere matt weisse in 10 cm Entfernung vom keilförmigen Blättchen, beide hatten eine 1 cm grosse Öffnung und waren durch in der Nähe aufgestellte Glühlampen stark beleuchtet. Die bequem abnehmbaren Okular- und Objektivansätze des Fernrohrs wurden sodann entfernt, und ersterer durch ein $^1/_2$ mm weites Diaphragma, letzterer durch ein solches von 1 cm Weite ersetzt. Die Axe der Fernrohrhülse und damit auch des Fernrohrs fiel mit der Axe der Diaphragmen am Arm des Interferenzmessapparates zusammen, wenn durch das feine Diaphragma der Fernrohrhülse gesehen von den beiden Diaphragmen am Interferenzmessapparat genau konzentrische Ringe sichtbar waren. Da das Fernrohr auf 1163 mm „eingestellt“ war, d. h. von einem in dieser Entfernung vom Objektiv befindlichen Gegenstand ein zur Teilung des Okularmikrometers parallaxefreies Bild erschien, so brauchte die Fernrohrhülse vom keilförmigen Blättchen I abgesehen dem am Ende des Armes be-

findlichen Diaphragma des Interferenzmessapparates niemals mehr als auf 50 cm genähert zu werden. Bei dieser Entfernung war es bei der angegebenen Visierung immer möglich den Einfallswinkel α bis auf $\pm 3'$ genau zu bestimmen, indem eine Verstellung des Armes um 3', wie ich verschiedentlich festgestellt habe, eine merkliche Änderung in der einmal gemachten Einstellung bewirkte. Durch Verschieben des Fernrohrs in der eingestellten Axenrichtung wurde erreicht, dass die grösste Schärfe der Interferenzerscheinung mit der Teilung des Okularmikrometers zusammenfiel. War das der Fall, dann war durch Abzählen der Streifen und Vergleichen mit der Teilung des Okularmikrometers ihre Breite direkt bestimmbar. Das für die Augen sehr anstrengende Abzählen der Streifen musste zur Vermeidung von Fehlern bei jeder Beobachtung mehrere Male vorgenommen werden und war bei sehr schmalen Streifen überhaupt nicht mit Sicherheit möglich.

2. Die angewandte photographische Methode.

Diese Schwierigkeit wurde beseitigt, indem die im Fernrohr entstehenden Interferenzstreifen photographiert wurden. Das hatte noch den Vorteil, dass beim Ausmessen der Photographieen mit dem Comparator die Unregelmässigkeiten der zu untersuchenden Platten (vergl. Abschnitt 5) berücksichtigt werden konnten. Ein Rohransatz mit Kästchen zur Aufnahme der photographischen Platte war mit dem Okularansatz des Fernrohrs auswechselbar. Der Rohransatz war so eingerichtet, dass sich beim Photographieren die photographische Platte in genau derselben Entfernung vom Objektiv befand wie die Teilung des Okularmikrometers bei dem ursprünglichen Fernrohr.[1]) Wie bei den direkten Beobachtungen ist auch beim Photographieren diese Entfernung bei sämtlichen Auf-

1) Vergl. hierzu Tafel 1 am Schluss der Dissertation.

nahmen ungeändert geblieben. Der Ableitung der Formel gemäss, bei der die Linsendicke als klein gegen die Abstände zwischen Lichtquelle, Blättchen, Linse und Schirm nicht vorkommt, sind die Entfernungen b und c von der Oberfläche der Linse zu rechnen. Die 5,5 mm grosse Dicke des achromatischen Fernrohrobjektives ist aber dem Abstand der photographischen Platte vom Objektiv gegenüber nicht so gering, dass man sie vernachlässigen könnte. Die Rechnung zeigte: Wenn man in der für die Streifenbreite ohne Berücksichtigung der Linsendicke abgeleiteten Formel die Entfernungen b und c von den Hauptpunkten der Linse aus misst, kommt man praktisch zu denselben Werten, wie mit der unter Berücksichtigung der Linsendicke abgeleiteten Formel, bei der b und c von der Linsenoberfläche zu messen sind. Da das planconvexe Fernrohrobjektiv mit der planen Seite der photographischen Platte zugekehrt war, so lag der zum Objekt gehörige Hauptpunkt in der convexen Oberfläche. Der Abstand der photographischen Platte von dem im Inneren gelegenen Hauptpunkte wurde durch Photographieren eines Masstabes bestimmt. Er ergab sich durch Rechnung aus dem Grössenverhältnis von Bild und Gegenstand und dem bekannten Abstande des Gegenstandes vom Objektiv (1163 mm). Um sicher zu sein, keinen Fehler durch Bildverzerrung zu bekommen, waren nur die mittleren 3 cm des Masstabes in Rechnung gezogen. Der Masstab war beim Photographieren auf dem für das keilförmige Blättchen bestimmte Tischchen des Interferenzmessapparates befestigt, und die senkrechte Einstellung durch die früher angegebene Visierung gesichert. Es sei hier vorgreifend bemerkt, dass zur Erzeugung der Interferenzstreifen grünes ($\lambda = 546{,}1\ \mu\mu$) und blaues ($\lambda = 435{,}9\ \mu\mu$) Quecksilberlicht benutzt ist. Für beide Lichtarten war deshalb die Hauptpunkts-

entfernung von der photographischen Platte festzustellen. Die Photographieen des Masstabes wurden zehnmal ausgemessen, und die Rechnung führte zu den Werten des Abstandes:

$$c = \begin{cases} 268{,}96 \text{ mm für } \lambda = 546{,}1\ \mu\mu \\ 268{,}61 \text{ mm für } \lambda = 435{,}9\ \mu\mu \end{cases}$$

3. Die Lichtquelle.

Zur Erzeugung der Interferenzstreifen war eine breite homogene Lichtquelle erforderlich. Herr Dr. Schmitt und Herr Dr. Bartsch hatten bei ihren Untersuchungen eine gewöhnliche Quecksilberlampe genommen und die befriedigenden Resultate ihrer Arbeiten zeigen, dass man für die direkte Beobachtung das Quecksilberlicht sehr gut als homogene Lichtquelle für Licht der Wellenlänge $\lambda = 546{,}1\ \mu\mu$ gebrauchen kann. Jedes Licht bestimmter Wellenlänge erzeugt ein bestimmtes Interferenzstreifensystem. Beim Quecksilberlicht ist neben dem am stärksten sichtbaren grünen ($\lambda = 546{,}1\ \mu\mu$) Licht, gelbes ($\lambda = 579$ und $576{,}9\ \mu\mu$) und blaues ($\lambda = 435{,}9\ \mu\mu$) Licht sichtbar. Deshalb erscheinen die durch das grüne Licht erzeugten Interferenzstreifen nicht sämtlich mit gleicher Schärfe, sondern je nachdem die Helligkeits- oder Dunkelheitsmaxima der anderen Systeme mit ihnen zusammentreffen, verschieden scharf, bezw. verschieden farbig begrenzt. Bei den Aufnahmen der Interferenzstreifen mit dem zum Photographieren abgeänderten Fernrohr waren die Übereinanderlagerungen der verschiedenen Streifensysteme so störend, dass die Schicht der photographischen Platten an manchen Stellen gleichmässig dunkel erschien und gar keine Streifen zu unterscheiden waren. Die Photographie des Quecksilberlichtspektrums zeigte, dass das blaue ($\lambda = 435{,}9\ \mu\mu$), das violette ($\lambda = 404{,}7\ \mu\mu$) und das

ultraviolette $\left(\lambda = \begin{cases} 366{,}3\ \mu\mu \\ 365{,}5\ \mu\mu \\ 365{,}0\ \mu\mu \end{cases}\right)$ die photographisch wirksamsten Lichtarten waren. Für die Photographieen kamen also drei Interferenzstreifensysteme von annähernd gleicher Intensität in Frage. Aus diesem Grunde versuchte ich, irgend eine Lichtart des Quecksilberlichtes von den übrigen durch Filter zu trennen und dann damit die Interferenzstreifen zu erzeugen. Als geeignete Filter erwiesen sich das Zettnowsche Filter[1]) (44 gr $CuSO_4$; 4,3 gr $K_2Cr_2O_7$; einige Tropfen H_2SO_4; 250 ccm H_2O) in Verbindung mit einer gewöhnlichen Grünscheibe für das grüne Quecksilberlicht ($\lambda = 546{,}1$) und eine genügend concentrierte Lösung von Anilinblau in Alkohol für das blaue Quecksilberlicht $\lambda = 435{,}9\ \mu\mu$). Zum Photographieren der mit grünem Quecksilberlicht erzeugten Interferenzstreifen dienten die gelbgrünempfindlichen Hauffschen Flavinplatten für die mit blauem Licht erzeugten gewöhnliche photographische Platten (Reformplatten).

4. Die Bestimmung der Brechungsexponenten.

Nach diesen Erörterungen will ich zu den Messungen selber übergehen. Zuerst ging in daran, den Brechungsindex der keilförmigen Blättchen für grünes und blaues Quecksilberlicht zu bestimmen. Der geringe Neigungswinkel der Blättchen liess eine direkte Bestimmung mit dem Spektrometer nicht zu. Genauere Werte für die Brechungsexponenten als ihre direkte Ermittelung mit dem Kristallrefraktometer versprach folgende indirekte Methode. Mit einem Spektrometer wurde der Brechungsindex eines Prismas für grünes und blaues Quecksilberlicht festgestellt, und dann mit dem Refraktometer verglichen mit den unbekannten

---

1) Vergl. Compendium der Photogr. von F. Schmidt, Leipzig 1908, pag. 216.

der keilförmigen Blättchen. Der brechende Winkel des Prismas ergab sich aus 20 Messungen zu:

$$\varphi = 40^0\ 0'\ 56'',65.$$

Die Ablenkungswinkel bei der Methode des Minimums der Ablenkung sind:

für grünes *Hg*-Licht $\delta = 22^0\ 38'\ 30'',1$
für blaues *Hg*-Licht $\delta = 23^0\ 1'\ 55'',58.$

Die Ablenkungswinkel bei der Methode des rückkehrenden Strahles sind:

für grünes *Hg*-Licht $\varepsilon = 77^0\ 43'\ 55'',2$
für blaues *Hg*-Licht $\varepsilon = 79^0\ 18'\ 1'',8.$

Diese Winkel zu Grunde gelegt führten zu folgenden Brechungsexponenten des Prismas:

1. Für grünes *Hg*-Licht mit $\lambda = 546{,}1\ \mu\mu$
   aus Minimum der Ablenk.: $n = 1{,}519639$
   aus dem zurückkehr. Strahl: $n = 1{,}519700$
2. Für blaues *Hg*-Licht mit $\lambda = 435{,}9\ \mu\mu$
   aus Minimum der Ablenk.: $n = 1{,}528148$
   aus dem zurückkehr. Strahl: $n = 1{,}528176.$

Es zeigt sich sowohl für blaues wie für grünes *Hg*-Licht, dass der Wert des Brechungsexponenten nach der Methode des Minimums der Ablenkung bestimmt kleiner ausfiel, als der nach der Methode des zurückkehrenden Strahles bestimmte. Der Grund dafür liegt höchst wahrscheinlich darin, dass verschiedene Stellen des Prismas benutzt sind. Es ist anzunehmen, dass beim Schleifen des Prismas der Winkel in der Nähe der brechenden Kante grösser ausgefallen ist als weiter davon entfernt; nach der Methode des Minimums der Ablenkung, bei der die benutzte Stelle des Prismas mehr nach der brechenden Kante lag, ergab sich in beiden Fällen ein kleinerer Brechungsexponent, als nach der Methode des zurückkehrenden Strahles, bei der die Stelle des Prismas weiter ab von der Kante

lag. Deshalb ist ein mittlerer Wert genommen, bei dem berücksichtigt ist, dass bei der Methode des rückkehrenden Strahles nur 10, bei der anderen Methode hingegen 20 Messungen gemacht sind. Somit wurden als Werte für die Brechungsexponenten des Prismas erhalten:

für grünes *Hg*-Licht $n = 1{,}519660$
für blaues *Hg*-Licht $n = 1{,}528157$.

Damit das Kristallrefraktometer ohne Correktion zu benutzen war, wurde eine Justierung des Instrumentes vorgenommen und die erforderliche Übereinstimmung des Brechungsexponenten der stark brechenden Glashalbkugel mit dem dafür in der Gebrauchsanweisung angegebenen Werte erreicht. Bei der Ermittelung des Brechungsexponenten einer Substanz mit dem Kristallrefraktometer kommt es auf die genaue Einstellung auf die Grenze zwischen total und gewöhnlich reflektiertem Licht an (das ist die Methode, die den Vorzug verdient). Bei dem grünen Quecksilberlicht wäre dieses wohl ohne Farbfilter möglich gewesen, doch machte auch hier ein Filter, was ich beim blauen Lichte gebrauchen musste, den Unterschied deutlicher. Um die Grenze zwischen dem total und dem gewöhnlich reflektierten Licht besser beobachten zu können, wurde auf das Beobachtungsfernrohr eine Hülse aufgeschoben, die an dem dem Auge zugekehrten Ende eine vom Okular ca. 3 cm entfernte 1 mm weite zentrale Öffnung trug. War die Einstellung auf die angegebene Grenze ausgeführt und nach Umlegen von Beleuchtungsspiegel und Beobachtungsfernrohr die Einstellung von der anderen Seite wiederholt, dann war die abgelesene Winkeldifferenz die Ergänzung des doppelten Grenzwinkels der totalen Reflexion zu 360^0. Das Prisma und die 5 keilförmigen Blättchen waren bei den Messungen am Kristallrefraktometer durch eine dünne Schicht Monobrom-

naphtalin, dessen Brechungsexponent grösser als der des Prismas und der Blättchen ist, von der Glashalbkugel getrennt. Ist φ_P der beim Prisma und φ_I der beim keilförmigen Blättchen I gefundene Wert für den Grenzwinkel der totalen Reflexion und n_P der bekannte Brechungsindex des Prismas, so ergibt sich der unbekannte Brechungsindex n_I des Blättchens I aus der Beziehung:

$$n_P : n_I = \sin \varphi_P : \sin \varphi_I$$

$$n_I = \frac{n_P \cdot \sin \varphi_I}{\sin \varphi_P}$$

In dieser Weise erhielt ich die Brechungsexponenten der fünf keilförmigen Blättchen für grünes und blaues Quecksilberlicht zu:

Platte	I	II	III	IV	V
grünes *Hg*-L.	1,519296	1,513759	1,514499	1,515644	1,515640
blaues *Hg*-L.	1,527798	1,521791	1,522491	1,523646	1,523646

5. Die Bestimmung der Neigungswinkel der Blättchen.

Nachdem diese Werte für die Brechungsexponenten gefunden waren, konnte der Neigungswinkel ϑ der einzelnen keilförmigen Blättchen festgestellt werden. Dieser wurde nach der Formel berechnet:

$$\vartheta = \frac{p \cdot \lambda}{2 n l}$$

worin p die Zahl der bei senkrechter Betrachtung abgezählten Interferenzstreifen, die auf die Strecke ι kommen, λ die Wellenlänge des Lichtes und n der Brechungsindex des Blättchens für das benutzte Licht ist. Die Messung der Grösse l geschah mit dem Comparator.

Bei **Platte I** zeigten die bei senkrechtem Lichteinfall auftretenden Streifen recht verschiedene Breite, und zwar nahm diese von der einen nach der andern Seite hin erst stark, dann in dem mittleren Teile

schwächer und nach der anderen Seite hin wieder schneller ab. Die Werte für die Breite der einzelnen Streifen bei Platte I sind folgende aus je 3 Beobachtungen genommene Mittelwerte in mm:

1 (0,514)	2 (0,524)	3 (0,549)	4 (0,574)	5 (0,599)
6 (0,620)	7 (0,636)	8 (0,648)	9 (0,652)	10 (0,660)
11 (0,674)	12 (0,676)	13 (0,680)	14 (0,684)	15 (0,689)
16 (0,688)	17 (0,695)	18 (0,687)	19 (0,688)	20 (0,690)
21 (0,688)	22 (0,691)	23 (0,691)	24 (0,692)	25 (0,693)
26 (0,703)	27 (0,708)	28 (0,710)	29 (0,728)	30 (0,734)
31 (0,745)	32 (0,765)	33 (0,787)	34 (0,797)	35 (0,838)
36 (0,847)	37 (1,024)	38 (1,215).		

Die Zahl vor der Klammer ist die Ordnungszahl des Streifens.

Es geht hieraus hervor, dass der Neigungswinkel der keilförmigen Platte I nicht an allen Stellen der gleiche ist, dass sie also nicht genau keilförmig ist. Auf der Seite der schmalen Streifen ist der Neigungswinkel durch das Schleifen vergrössert, auf der anderen dickeren Seite der Platte hingegen verkleinert. Um zu sehen, ob beide Flächen des keilförmigen Blättchens ungenau geschliffen waren, wurden beide Flächen nacheinander auf eine vollkommen plane Glasplatte gelegt, und dadurch eine keilförmige Luftschicht erzeugt. Die durch diese Luftschicht bei senkrechtem Lichtenfall hervorgerufenen Interferenzstreifen wurden photographiert, und es ergab sich, dass beide Flächen der Platte I nicht vollkommen eben geschliffen sind. Wie aus der voranstehenden Tabelle ersichtlich, ist in der Mitte der keilförmigen Platte I die Abweichung der einzelnen Streifen in der Breite von einander nicht so erheblich. Deshalb ist bei den Berechnungen der Streifenbreite der dem mittleren Drittel der Platte zukommende Neigungswinkel zu Grunde gelegt, wenngleich ja auch für diesen Teil der Neigungswinkel nicht konstant ist. Der Durchmesser der Platte I

ist 28,8 mm. Das mittlere Drittel der Platte ist also genau genommen von jeder der beiden Seiten ca 9,6 mm entfernt. Tatsächlich wurde jedoch von der Seite der breiten Streifen her von dem ersten ganz auf der Platte sichtbaren hellen Streifen an gezählt der 9. Streifen, der ca 9,5 mm vom Rande ist und und von der Seite der schmalen Streifen der 15. als Grenzstreifen des mittleren Drittels der Platte gewählt, der ca 9,65 mm vom Rande liegt. Aus diesen auf diese Weise eingeschlossenen 14 Streifen, die im Mittel aus 20 Messungen 9,6774 mm breit waren, fand sich ϑ nach der angegebenen Formel bei **Platte I** zu:

$$\vartheta = 0{,}0002600 = 53'',6$$

Für die Entfernung der Keilkante von der Plattenmitte, also für $\frac{D}{\vartheta}$ ergab sich:

$$\frac{D}{\vartheta} = 4504{,}2 \text{ mm}$$

Die Werte für die Dicke D der keilförmigen Platten in der Mitte sind aus der Arbeit von Bartsch genommen.

Bei **Platte II** zeigte sich ebenfalls, dass nicht überall der gleiche Neigungswinkel ϑ vorhanden war. Eine Messung ergab für die 10 äussersten Streifen der einen Seite ca 3,14 mm Breite, für 10 der anderen Seite eine solche von 2,87 mm. Ich zog deshalb den Wert, der sich für ϑ aus den mittleren 50 Streifen ergibt, dem aus den mittleren 100 Streifen gefundenen Werte von ϑ, bei der Nachprüfung der Formeln vor. Es waren die Werte:

$$\vartheta = 0{,}0006066368 \quad (50 \text{ Str.})$$
$$\vartheta = 0{,}00060675 \quad (100 \text{ Str.})$$
$$\vartheta = 2'5'',1$$

Für die Entfernung der Keilkante von der Plattenmitte ergab sich:

$$\frac{D}{\vartheta} = 1198{,}53 \text{ (50 Str.)}$$

$$\frac{D}{\vartheta} = 1195{,}56 \text{ (100 Str.)}$$

Die Unregelmässigkeit der **Platte III** zeigt sich darin, dass die Streifen nicht an allen Stellen der Platte genau parallel laufen. Die Abweichung auf der einen Seite ist grösser als auf der anderen, während der Verlauf der mittleren Streifen, wenigstens soweit ich in dem immerhin kleinen Bereiche der Platte, der im Gesichtsfelde des Comparators sichtbar ist, beobachtet habe, nahezu parallel ist. Auch hier habe ich die 50 mittleren Streifen ausgemessen, die bei der Berechnung für ϑ den Wert

$$\vartheta = 0{,}000566222 = 1'56'',8$$

ergaben.

Ferner fand ich für $\frac{D}{\vartheta}$:

$$\frac{D}{\vartheta} = 867{,}908 \text{ mm.}$$

Bei **Platte IV** zeigte sich namentlich bei einem Streifen, aber auch bei einigen benachbarten insofern eine Unregelmässigkeit, als die Streifen nach einer Seite hin ausgebogen waren. Dieses ist jedenfalls auf eine Schliere im Glase zurückzuführen. Die Unregelmässigkeit der Platte hat sich jedoch nicht weiter störend bemerkbar gemacht. 21 Streifen der Mitte dienten zur Bestimmung von ϑ, ich erhielt es zu:

$$\vartheta = 0{,}0001901178$$

$$\vartheta = 39'',3$$

und

$$\frac{D}{\vartheta} = 1657{,}337$$

Bei **Platte V** wurde ebenfalls verschiedene Streifenbreite beobachtet, ich machte für ϑ zwei Bestimmungen,

einmal aus den 41 mittleren und das andere Mal aus den 81 mittleren Streifen, ich fand:

$$\vartheta = 0{,}0004657514 \text{ (aus 41)}$$
$$\vartheta = 1' 36'',1$$
$$\vartheta = 0{,}0004653597 \text{ (aus 81)}$$

für die Entfernung der Keilkante ergab sich:

$$\frac{D}{\vartheta} = 473{,}79 \text{ mm (aus 41 Streifen)}$$

$$\frac{D}{\vartheta} = 474{,}19 \text{ mm (aus 81 Streifen).}$$

Für die Prüfung der Formeln ist die aus 41 Streifen gemachte Bestimmung benutzt.

Herr Dr. Bartsch hatte für seine Nachprüfung der Interferenzformeln ebenfalls eine Bestimmung der Neigungswinkel ϑ ausgeführt. Es zeigte sich jedoch bei der Berechnung der Streifenbreite mit den von ihm gefundenen Werten für die Constanten nicht die erwünschte Uebereinstimmung der ausgemessenen mit den berechneten Werten für die Streifenbreite. Bei Platte I waren mir die an beiden Rändern recht beträchtlichen Unterschiede in der Streifenbreite aufgefallen. Da aus der Streifenbreite der Neigungswinkel ϑ bestimmt ist, so schien mir die Ursache für die Abweichung der Formelwerte in den ϑ-Werten zu liegen. Deshalb nahm ich eine neue Bestimmung der Neigungswinkel sämtlicher Platten vor. Wie aus den Tabellen (Diss. pag. 29) des Herrn Dr. Bartsch ersichtlich benutzt er für die Bestimmung von ϑ immer ungefähr die doppelte Anzahl der Streifen wie ich. Bei dieser grossen Anzahl von Streifen war er genötigt, bis nahe an den Rand der Platten zu messen. Die Platten waren aber, wie schon besprochen, nicht genau keilförmig geschliffen, was aus der namentlich an den beiden Rändern der Platten verschiedenen Streifenbreite hervorging. Diese Tatsache ist bei den früheren

Bestimmungen der Neigungswinkel nicht berücksichtigt und darin ist der Grund für die nicht unerheblichen Abweichungen der alten und neuen ϑ-Werte zu suchen. Bei Platte IV liegt bei der Messung Bartschs von ϑ offenbar ein Versehen vor, denn es sind überhaupt nur 33 Streifen bei senkrechtem Einfall von grünem Quecksilberlicht sichtbar und nicht 34 Streifen wie auf pag. 29 der Dissertation angegeben. Dass die Abweichungen der alten und neuen ϑ-Werte bei allen Platten nicht nach derselben Richtung hin liegen, kommt daher, dass die Unregelmässigkeiten durch den Schliff bei den einzelnen Platten an beiden Rändern nicht gleich stark waren und auch verschieden weit bis zur Plattenmitte reichten.

6. Allgemeines über die Photographien mit Linse und die zugehörigen Tabellen.

Die sämtlichen Photographien sind in der Weise hergestellt, dass das Fernrohr auf den nach derFormel berechneten Ort der Interferenzen (vor oder hinter dem Blättchen) eingestellt wurde, d. h. also dass sich dieser Ort beim Photographieren 1163 mm vor dem Objektiv befand, in welcher Entfernung das Fernrohr ein scharfes Bild von einem Gegenstande lieferte. Zur Ausmessung der Photographien diente der Comparator. Im vorangehenden Abschnitt wurde schon auf die Abweichung der benutzten Platten von der keilförmigen Gestalt hingewiesen, sie war am grössten bei Platte I. Hier diente nur das mittlere Drittel der Platte zur Bestimmung des Neigungswinkels ϑ. Das ist bei der Ausmessung der photographierten Platten soweit es möglich war berücksichtigt, denn genau das mittlere Drittel zu treffen, war wegen der verwaschenen Ränder der Photographieen nicht möglich. Auf Seite 39 ist gezeigt, dass bei gleichem Einfallswinkel die Streifenbreite für $\varphi = 0^0$ und $\varphi = 180^0$ gleich ist

(c = const. ist Voraussetzung). Die Photographieen für gleichen Einfallswinkel α sind dagegen bei $\varphi = 0^0$, wo das Objektiv weiter vom keilförmigen Blättchen entfernt liegt, kleiner als für $\varphi = 180^0$, wo das Objektiv dem keilförmigen Blättchen näher liegt. Naturgemäss ist der Unterschied in der Grösse der Photographieen für gleichen Einfallswinkel α um so grösser, je weiter die Interferenzstreifen vom keilförmigen Blättchen entfernt liegen, also für $\alpha = 40^0$ am grössten. Der Grösse der Photographie entsprechend ist die Anzahl der Streifen bei gleichem Winkel α, bei $\varphi = 0^0$ kleiner als bei $\varphi = 180^0$. Der Unterschied in der Streifenanzahl ist bei Platte I für $\alpha = 40^0$ am grössten, bei $\varphi = 0^0$ werden 9 Streifen bei $\varphi = 180^0$ hingegen 42 ausgemessen. Bei der geringen Anzahl (9) der Streifen war es wegen der Unregelmässigkeit der Platte I schon ein Unterschied, ob man einen Streifen der einen oder anderen Seite mit berücksichtigte oder nicht. Im allgemeinen deckte sich gerade das auszumessende Drittel der Photographieen bei Platte I vollständig mit dem Teile, in dem die Streifen sehr scharf waren. Das ist erklärlich, da das Fernrohr und damit der photographische Apparat auf die Entfernung vom keilförmigen Blättchen eingestellt war, in der der Rechnung nach die Interferenzstreifen am deutlichsten erscheinen mussten, der Rechnung lag aber der für die Mitte der Platte I bestimmte Wert von ϑ zu Grunde. Die Abweichungen der Platten II bis V von der keilförmigen Gestalt waren nicht so gross wie bei der Platte I, da sie aber vorhanden waren, wurde der Neigungswinkel immer nur aus dem mittleren Teil der Platten bestimmt. Bei den Photographieen, die zum Unterschiede, von denen bei Platte I bis an den Rand hin scharf waren, ist der entsprechende Teil der Streifen ausgemessen. Aus den Tabellen ist ersichtlich für wie grosse Einfallswinkel

es bei den einzelnen keilförmigen Blättchen gelungen ist, die Interferenzstreifen zu photographieren. Ueber die erreichten Einfallswinkel hinaus zu gehen, hatte keinen Zweck, weil sich bei noch geringerer Streifenbreite das Korn der photographischen Schicht störend bemerkbar machte, so dass die Streifen nicht scharf, sondern verschwommen erschienen und eine genaue Ausmessung unmöglich machten.

Wie die nachfolgenden Tabellen zeigen, stimmt bei constant gehaltenem c und bei einem bestimmten Winkel α die Streifenbreite für $\varphi = 0^0$ überein mit der für $\varphi = 180^0$. Das erscheint auffällig, ergibt sich aber ohne weiteres aus der Betrachtung der abgeleiteten Formel. Die Entfernung b der Linse vom keilförmigen Blättchen kann ausgedrückt werden durch:

$$b_o + E \text{ (für } \varphi = 0^0) \text{ und } b_o - E \text{ (für } \varphi = 180^0)$$

wo b_o die Entfernung des Punktes von der Linse sein soll, dessen Bildpunkt in der Entfernung c von der Linse liegt, und E den absoluten Wert der Entfernung der Interferenzstreifen vom keilförmigen Blättchen bedeutet. Die Formel für die Streifenbreite lautete für $\varphi = 0^0$

$$B = \frac{\lambda \cdot c}{\left(\frac{\sin 2\alpha}{w}\frac{D}{\vartheta} - \frac{2wb}{\cos\alpha}\right)\vartheta}$$

und für $\varphi = 180^0$

$$B = \frac{\lambda \cdot c}{\left(\frac{\sin 2\alpha}{w}\frac{D}{\vartheta} + \frac{2wb}{\cos\alpha}\right)\vartheta}$$

die oben angegebenen Werte für b eingesetzt ergibt für $\varphi = 0^0$

$$B = \frac{\lambda \cdot c}{\left(\frac{\sin 2\alpha}{w}\frac{D}{\vartheta} - \frac{2wb_o}{\cos\alpha} - \frac{2Ew}{\cos\alpha}\right)\vartheta}$$

und für $\varphi = 180^0$

$$B = \frac{\lambda \cdot c}{\left(\frac{\sin 2a}{w}\frac{D}{\vartheta} + \frac{2wb_o}{\cos a} - \frac{2Ew}{\cos a}\right)\vartheta}$$

Nun lautet die Formel für die Entfernung der Interferenzen vom keilförmigen Blättchen:

$$E = \frac{\sin a \cos^2 a}{w^2}\frac{D}{\vartheta} = \frac{\sin 2a \cos a}{2w^2}\frac{D}{\vartheta}$$

wenn man diesen Wert in die Formeln einführt ergibt sich für $\varphi = 0^0$

$$B = \frac{\lambda \cdot c}{\left(\frac{\sin 2a}{w}\frac{D}{\vartheta} \quad \frac{2wb_o}{\cos a} \quad \frac{\sin 2a}{w}\frac{D}{\vartheta}\right)\vartheta} = \frac{\lambda \cdot c}{\left(\quad \frac{2wb_o}{\cos a}\right)\vartheta}$$

und für $\varphi = 180^0$

$$B = \frac{\lambda \cdot c}{\left(\frac{\sin 2a}{w}\frac{D}{\vartheta} + \frac{2wb_o}{\cos a} - \frac{\sin 2a}{w}\frac{D}{\vartheta}\right)\vartheta} = \frac{\lambda \cdot c}{\left(\frac{2wb_o}{\cos a}\right)\vartheta}$$

Man erkennt somit aus der Formel, dass die Werte für die Streifenbreite für $\varphi = 0^0$ und $\varphi = 180^0$ bei gleichem a und c übereinstimmen müssen.

Tabellen für die Streifenbreite mit Linse.

Streifenbreite für grünes Quecksilberlicht ($\lambda = 546{,}1\ \mu\mu$) bei

$$\varphi = 0^0.$$

Die Berechnungen sind ausgeführt nach der Formel:

$$B = \frac{\lambda \cdot c}{\left(\frac{\sin \frac{2a}{w}}{\frac{D}{\vartheta}} - \frac{2wb}{\cos a}\right)\vartheta}$$

Die Entfernung c der Linse (Hauptpunkt) von der photographischen Platte war für grünes Quecksilberlicht:

$$c = 268{,}96\ \text{mm}.$$

Keilförmiges Blättchen I.

Einfallswinkel a.	Photogr. Platte.	Entfernung b in mm.	Streifenbreite[1]) in mm berechnet.	Streifenbreite[1]) in mm beobachtet.	Wahrsch. Fehler.
0°	21	1163	0,1599·	0,1582	0,0003 +
5°	22	1332,3	0,1595	0,1584	04 +
10°	23	1496,0	0,1585·	0,1589	04 .
15°	24	1648,3	0,1567·	0,1561	04 +
20°	25	1783,8	0,1542·	0,1533	03 +
25°	26	1897,2	0,1508	0,1512	03 +
30°	27	1983,6	0,1466	0,1471	03 +
35°	28	2038,9	0,1411·	0,1420	03 +
40°	29	2059,5	0,1352·	0,1361	03 +
45°	30	2043,7	0,1277	0,1288	03 +
50°	31	1991,2	0,1190·	0,1205	03 +
55°	32	1904,4	0,1089·	0,1092	03 .
60°	33	1788,8	0,0973·	0,0975	03 .
65°	34	1653,4	0,0842·	0,0847	03 +
70°	35	1510,4	0,0696·	0,0700	03 +

1) Die mit einem . versehenen Zahlen für die Streifenbreite sind in der letzten Stelle erhöht.

Keilförmiges Blättchen II.

Einfallswinkel α.	Photogr. Platte.	Entfernung b in mm.	Streifenbreite[1]) in mm		Wahrsch. Fehler.
			berechnet.	beobachtet.	
0°	121	1163	0,06876	0,06890	0,00010 +
5°	122	1208	0,06863	0,06884	09 +
10°	123	1252	0,06817	0,06828	09 +
15°	124	1293	0,06740	0,06744	09 .
20°	125	1329	0,06634·	0,06630	09 .
25°	126	1359,5	0,06490·	0,06495	09 .
30°	127	1382,5	0,06310	0,06298	09 +
35°	128	1397,5	0,06087·	0,06088·	09 .
40°	129	1403	0,05819·	0,05818·	09 .
45°	130	1399	0,05499	0,05500	09 .
50°	131	1385	0,05125·	0,05125	09 .
55°	132	1362	0,04690·	0,04696	09 .
60°	133	1331	0,04192·	0,04210	09 +
65°	134	1294,5	0,03629	0,03600	10 +

Keilförmiges Blättchen III.

0°	221	1163	0,07363	0,07360	0,00010 .
5°	222	1196	0,07347·	0,07352	10 .
10°	223	1227,5	0,07300	0,07312	10 +
15°	224	1257	0,07219	0,07232	09 +
20°	225	1283,5	0,07103·	0,07118	09 +
25°	226	1305,5	0,06949	0,06960	09 +
30°	227	1322,5	0,06755·	0,06758	10 .
35°	228	1333	0,06517	0,06520	09 .
40°	229	1337	0,06230	0,06253·	09 +
45°	230	1334	0,05888	0,05880	11 .
50°	231	1324	0,05486	0,05480	10 .
55°	232	1307	0,05022·	0,05013	11 .
60°	233	1284,5	0,04489·	0,04495	13 .
65°	234	1258,4	0,03884	0,03875	13 .

1) Siehe pag. 41.

Keilförmiges Blättchen IV.

Einfallswinkel a.	Photogr. Platte.	Entfernung b in mm.	Streifenbreite[1]) in mm berechnet.	Streifenbreite[1]) in mm beobachtet.	Wahrsch. Fehler.
0°	321	1160	0,2191	0,2189	0,0003 .
5°	322	1225,5	0,2187·	0,2195	03 +
10°	323	1286	0,2173·	0,2185	03 +
15°	324	1342,5	0,2148	0,2153	03 +
20°	325	1392,5	0,2114	0,2119	03 +
25°	326	1434,5	0,2068	0,2072	03 +
30°	327	1466,5	0,2011·	0,2014	03 .
35°	328	1487	0,1939	0,1945·	03 +
40°	329	1495	0,1853	0,1855	03 .
45°	330	1489	0,1752	0,1753	03 .
50°	331	1469,6	0,1633·	0,1631·	03 .
55°	332	1437,6	0,1494	0,1495	03 .
60°	333	1395	0,1335	0,1333·	03 .
65°	334	1344,8	0,1155	0,1159	03 +
70°	335	1292	0,0955	0,0956	03 .
75°	336	1241,6	0,0736	0,0735	04 .
80°	337	1200	0,0501·	0,0495	04 +

Keilförmiges Blättchen V.

0°	401	1163	0,08945	0,08950	0,00011 .
5°	402	1181	0,08925	0,08935	12 .
10°	403	1198	0,08869	0,08872	12 .
15°	404	1214	0,08771	0,08768·	12 .
20°	405	1228,5	0,08629	0,08630	11 .
25°	406	1240,5	0,08443	0,08438·	11 .
30°	407	1250	0,08205·	0,08198	11 .
35°	408	1255,5	0,07917	0,07910	11 .
40°	409	1258	0,07566·	0,07563·	11 .
45°	410	1256,2	0,07151	0,07158·	11 .
50°	411	1250,5	0,06665·	0,06657	13 .
55°	412	1241,5	0,06098	0,06097·	13 .
60°	413	1229,3	0,05450·	0,05440	14 .
65°	414	1215	0,04716	0,04715	14 .
70°	415	1200	0,03899	0,03912	13 .

1) Siehe pag. 41.

Streifenbreite für grünes Quecksilberlicht ($\lambda = 546{,}1\ \mu\mu$) bei

$$\varphi = 180^0$$

Die Rechnungen sind ausgeführt nach der Formel:

$$B = \left(\sin\frac{2a}{w}\frac{\frac{\lambda c}{D}}{\vartheta} + \frac{2w}{\cos a}\frac{b}{}\right)\vartheta$$

Die Entfernung c der Linse (Hauptpunkt) von der photographischen Platte war für grünes Quecksilberlicht:

$$c = 268{,}96 \text{ mm.}$$

Keilförmiges Blättchen I.

Einfallswinkel a.	Photogr. Platte.	Entfernung b in mm.	Streifenbreite[1]) in mm		Wahrsch. Fehler.
			berechnet.	beobachtet.	
0°	1	1163,0	0,1599·	0,1582	0,0003 +
5°	2	993,7	0,1595	0,1588	03 +
10°	3	830,0	0,1585·	0,1581	03 +
15°	4	677,7	0,1567	0,1586	03 +
20°	5	542,2	0,1542·	0,1541	03 .
25°	6	428,8	0,1508	0,1505	03 .
30°	7	342,4	0,1466	0,1464	02 .
35°	8	287.1	0,1414	0,1411	02 +
40°	9	266,5	0,1351	0,1349	02 .
45°	10	282,3	0,1277	0,1273	02 +
50°	11	334,8	0,1190·	0,1186	02 +
55°	12	421,6	0,1089·	0,1082	02 +
60°	13	537,2	0,0973·	0,0970	01 +
65°	14	672,6	0,0842·	0,0840	01 +
70°	15	815,6	0,0696·	0,0685	02 +

1) Siehe pag. 41.

Keilförmiges Blättchen II.

Einfallswinkel α.	Photogr. Platte.	Entfernung b in mm.	Streifenbreite[1]) in mm		Wahrsch. Fehler.
			berechnet.	beobachtet.	
0°	101	1163,0	0,06876	0,06890	0,00010 +
5°	102	1118,0	0,06860	0,06856	10 .
10°	103	1074,0	0,06816	0,06826	09 +
15°	104	1033,0	0,06742	0,06730	10 +
20°	105	997,0	0,06633	0,06648	09 +
25°	106	966,5	0,06490	0,06482	09 .
30°	107	943,5	0,06308	0,06302	09 .
35°	108	928,5	0,06087	0,06096	09 .
40°	109	923,0	0,05818	0,05812	09 .
45°	110	927,0	0,05499	0,05508	08 +
50°	111	941,0	0,05125	0,05120	08 +
55°	112	964,0	0,04696	0,04696	08 .
60°	113	995,0	0,04192	0,04192	08 .
65°	114	1031,5	0,03628	0,03638	07 +

Keilförmiges Blättchen III.

0°	201	1163,0	0,07363	0,07360	0,00010 .
5°	202	1130,0	0,07342	0,07348	10 .
10°	203	1098,5	0,07299	0,07294	10 .
15°	204	1069,0	0,07218	0,07216	10 .
20°	205	1042,5	0,07103	0,07094	10 .
25°	206	1020,5	0,06950	0,06950	10 .
30°	207	1003,4	0,06758	0,06756	09 .
35°	208	993,0	0,06517	0,06520	09 .
40°	209	989,0	0,06229	0,06214	09 +
45°	210	992,0	0,05888	0,05880	09 .
50°	211	1002,0	0,05487	0,05466	08 +
55°	212	1019,0	0,05021	0,05012	09 +
60°	213	1041,0	0,04489	0,04473	10 +
65°	214	1067,5	0,03884	0,03917	10 +

1) Siehe pag. 41.

Keilförmiges Blättchen IV.

Einfallswinkel α.	Photogr. Platte.	Entfernung b in mm.	Streifenbreite[1]) in mm berechnet.	Streifenbreite[1]) in mm beobachtet.	Wahrsch. Fehler.
0°	301	1163,0	0,2191	0,2189	0,0003 .
5°	302	1100,4	0,2187·	0,2186	03 .
10°	303	1040,0	0,2172	0,2173·	03 .
15°	304	983,5	0,2148	0,2152	03 +
20°	305	933,4	0,2114·	0,2117	03 .
25°	306	991,4	0,2068	0,2070	03 .
30°	307	959,4	0,2010	0,2013	03 .
35°	308	939,0	0,1939	0,1947·	03 +
40°	309	831,0	0,1854	0,1859·	03 +
45°	310	837,0	0,1752·	0,1759	03 +
50°	311	856,3	0,1633·	0,1633	02 .
55°	312	888,3	0,1494	0,1497	02 +
60°	313	931,0	0,1335	0,1333	02 .
65°	314	981,2	0,1155	0,1153	02 .
70°	315	1034,0	0,0955	0,0953	02 .
75°	316	1084,4	0,0736	0,0730·	02 +
80°	317	1126,0	0,0501·	0,0500	03 .

Keilförmiges Blättchen V.

0°	421	1163	0,08945	0,08950	0,00011 .
5°	422	1145	0,08927·	0,08932	11 .
10°	423	1128	0,08866	0,08875	12 .
15°	424	1112	0,08767·	0,08773	12 .
20°	425	1097,4	0,08628	0,08630	12 .
25°	426	1085,4	0,08442·	0,08450	12 .
30°	427	1076	0,08208·	0,08215	11 .
35°	428	1070,4	0,07919·	0,07920	11 .
40°	429	1068,1	0,07564	0,07570	11 .
45°	430	1070	0,07150	0,07155	11 .
50°	431	1075,3	0,06664·	0,06662	10 .
55°	432	1084,5	0,06098	0,06103	10 .
60°	433	1096,5	0,05451·	0,05463	10 +
65°	434	1111	0,04717·	0,04700	16 +
70°	435	1126	0,03893·	0,03900	13 .

1) Siehe pag. 41.

Streifenbreite für blaues Quecksilberlicht ($\lambda = 435{,}9\,\mu\mu$) bei

$$\varphi = 0^0.$$

Die Berechnungen sind ausgeführt nach der Formel:

$$B = \frac{\lambda \cdot c}{\left(\frac{\sin 2a}{w}\frac{D}{\vartheta} - \frac{2wb}{\cos a}\right)\vartheta}$$

Die Entfernung c der Linse (Hauptpunkt) von der photographischen Platte war für blaues Quecksilberlicht:

$$c = 268{,}61 \text{ mm}.$$

Keilförmiges Blättchen I.

Einfallswinkel a.	Photogr. Platte.	Entfernung b in mm.	Streifenbreite[1]) in mm		Wahrsch. Fehler.
			berechnet.	beobachtet.	
0°	21	1163	0,1267	0,1256	0,0003 +
5°	22	1330,5	0,1264	0,1258	03 +
10°	23	1492,2	0,1256	0,1254	03 .
15°	24	1642,8	0,1242	0,1242	03 .
20°	25	1776,5	0,1222·	0,1204	03 +
25°	26	1888,4	0,1195	0,1171	03 +
30°	27	1973,4	0,1161	0,1160	02 .
35°	28	2027,5	0,1120	0,1116	02 +
40°	29	2047,4	0,1070	0,1078	02 +
45°	30	2031,3	0,1011·	0,1011	02 .
50°	31	1978,9	0,0942·	0,0940	03 .
55°	32	1892,8	0,0861	0,0858	03 .
60°	33	1778,6	0,0769	0,0765·	03 +
65°	34	1645,0	0,0665	0,0659·	03 +
70°	35	1504,2	0,0550·	0,0553	03 +

1) Siehe pag. 41.

Keilförmiges Blättchen II.

Einfallswinkel a,	Photogr. Platte.	Entfernung b in mm.	Streifenbreite[1] in mm berechnet.	Streifenbreite[1] in mm beobachtet.	Wahrsch. Fehler.
0°	121	1163	0,05453·	0,05456	0,00008 .
5°	122	1207,8	0,05441	0,05452	08 +
10°	123	1251,1	0,05405	0,05416	08 +
15°	124	1291,1	0,05346	0,05346	07 .
20°	125	1327,2	0,05259·	0,05260	07 .
25°	126	1357,2	0,05145·	0,05138	07 .
30°	127	1380,1	0,05000·	0,04992	07 +
35°	128	1394,6	0,04822	0,04820	07 .
40°	129	1400,1	0,04608	0,04598	07 +
45°	130	1395,8	0,04355·	0,04360	07 .
50°	131	1381,9	0,04057·	0,04048	07 +
55°	132	1358,9	0,03711	0,03710	07 .
60°	133	1328,3	0,03316	0,03314	07 .
65°	134	1292,5	0,02869·	0,02858	08 +

Keilförmiges Blättchen III.

0°	221	1163	0,05839	0,05836	0,00008 .
5°	222	1195,5	0,05827·	0,05844	08 +
10°	223	1226,9	0,05788	0,05798	08 +
15°	224	1256,1	0,05724·	0,05738	08 +
20°	225	1282,1	0,05631	0,05640	08 +
25°	226	1303,8	0,05509	0,05520	08 +
30°	227	1320,4	0,05354·	0,05368	08 +
35°	228	1330,9	0,05164·	0,05176	08 +
40°	229	1334,9	0,04934	0,04942	08 .
45°	230	1331,8	0,04663·	0,04658	09 .
50°	231	1321,7	0,04343	0,04348	08 .
55°	232	1305,0	0,03974	0,03968	09 .
60°	233	1282,8	0,03550	0,03540	11 .
65°	234	1256,9	0,03071	0,03100	11 +

1) Siehe pag. 41.

Keilförmiges Blättchen IV.

Einfallswinkel α.	Photogr. Platte.	Entfernung b in mm.	Streifenbreite [1]) in mm berechnet.	Streifenbreite [1]) in mm beobachtet.	Wahrsch. Fehler.
0°	321	1163	0,1738·	0,1744	0,0003 +
5°	322	1225,0	0,1734	0,1737	03 .
10°	323	1284,8	0,1723·	0,1725	03 .
15°	324	1340,5	0,1703	0,1708	03 +
20°	325	1390,0	0,1676·	0,1679	02 +
25°	326	1431,5	0,1639	0,1641	02 .
30°	327	1463,0	0,1593	0,1593	02 .
35°	328	1483,1	0,1537·	0,1537	02 .
40°	329	1490,6	0,1468	0,1468	02 .
45°	330	1484,7	0,1387	0,1386	02 .
50°	331	1465,4	0,1292	0,1288	02 +
55°	332	1433,6	0,1182	0,1180	03 .
60°	333	1391,3	0,1056	0,1050	03 +
65°	334	1341,8	0,0914·	0,0909	03 +
70°	335	1289,7	0,0755	0,0752	03 .
75°	336	1240,2	0,0582·	0,0574	04 +
80°	337	1199,4	0,0395	0,0384	03 +

Keilförmiges Blättchen V.

0°	401	1163	0,07094·	0,07093	0,00009 .
5°	402	1180,7	0,07078	0,07078·	10 .
10°	403	1197,8	0,07032	0,07028·	10 .
15°	404	1213,8	0,06953	0,06958·	09 .
20°	405	1227,9	0,06841·	0,06843·	09 .
25°	406	1239,8	0,06691	0,06688·	09 .
30°	407	1248,8	0,06503	0,06490	09 +
35°	408	1254,5	0,06272	0,06270	09 .
40°	409	1256,7	0,05993	0,05988	09 .
45°	410	1255	0,05663·	0,05653·	09 +
50°	411	1249,5	0,05275·	0,05268·	09 .
55°	412	1240,4	0,04825	0,04810	11 +
60°	413	1228,3	0,04311·	0,04307	11 .
65°	414	1214,1	0,03730·	0,03715	12 +
70°	415	1199,2	0,03082	0,03060	12 +

[1]) Siehe pag. 41.

Streifenbreite für blaues Quecksilberlicht ($\lambda = 435{,}9\,\mu\mu$) bei

$$\varphi = 180^0.$$

Die Berechnungen sind ausgeführt nach der Formel:

$$B = \frac{\lambda \cdot c}{\left(\frac{\sin 2a}{w}\frac{D}{\vartheta} + \frac{2w}{\cos a}\frac{b}{\vartheta}\right)\vartheta}$$

Die Entfernung c der Linse (Hauptpunkt) von der photographischen Platte war für blaues Quecksilberlicht

$$c = 268{,}61 \text{ mm}:$$

Keilförmiges Blättchen I.

Einfallswinkel a.	Photogr. Platte.	Entfernung b in mm.	Streifenbreite[1]) in mm berechnet.	Streifenbreite[1]) in mm beobachtet.	Wahrsch. Fehler.
0°	1	1163,0	0,1267	0,1256	0,0003 +
5°	2	995,5	0,1265·	0,1259	03 +
10°	3	833,8	0,1256	0,1255	03 .
15°	4	683,2	0,1242	0,1236	03 +
20°	5	549,5	0,1222·	0,1224	02 .
25°	6	437,6	0,1195	0,1196	02 .
30°	7	352,6	0,1161	0,1170	02 +
35°	8	298,5	0,1120	0,1123	02 +
40°	9	278,6	0,1070	0,1070	01 .
45°	10	294,7	0,1011	0,1010	01 .
50°	11	347,1	0,0942·	0,0944·	01 +
55°	12	433,2	0,0861	0,0862	01 .
60°	13	547,4	0,0769	0,0770	01 .
65°	14	681,0	0,0665	0,0662·	01 +
70°	15	821,8	0,0550·	0,0553	02 +

[1]) Siehe pag. 41.

Keilförmiges Blättchen II.

Einfallswinkel α.	Photogr. Platte.	Entfernung b in mm.	Streifenbreite [1]) in mm		Wahrsch. Fehler.
			berechnet.	beobachtet.	
0°	101	1163	0,05453·	0,05456	0,00008 .
5°	102	1118,2	0,05441	0,05448	08 .
10°	103	1074,9	0,05405	0,05406	08 .
15°	104	1034,9	0,05344·	0,05328	08 +
20°	105	998,8	0,05258	0,05252	08 .
25°	106	968,8	0,05144	0,05134	08 +
30°	107	945,9	0,05000	0,04997	07 .
35°	108	931,4	0,04822	0,04826	07 .
40°	109	925,9	0,04609·	0,04614	07 .
45°	110	930,2	0,04354	0,04356	06 .
50°	111	944,1	0,04057·	0,04056	06 .
55°	112	967,1	0,03712·	0,03714	06 .
60°	113	997,7	0,03316·	0,03324	06 +
65°	114	1033,5	0,02869·	0,02886	06 +

Keilförmiges Blättchen III.

0°	201	1163	0,05839	0,05836	0,00008 .
5°	202	1130,5	0,05827·	0,05826	08 .
10°	203	1099,1	0,05788	0,05790	08 .
15°	204	1069,9	0,05724·	0,05720	08 .
20°	205	1043,9	0,05631	0,05628	08 .
25°	206	1022,2	0,05509·	0,05504	08 .
30°	207	1005,6	9,05354	0,05358	08 .
35°	208	995,1	0,05164·	0,05164	07 .
40°	209	991,1	0,04935·	0,04928	07 .
45°	210	994,2	0,04663·	0,04664	07 .
50°	211	1004,3	0,04343	0,04330	07 +
55°	212	1021,0	0,03973	0,03954	07 +
60°	213	1043,6	0,03549	0,03526	08 +
65°	214	1069,1	0,03071	0,03075	08 .

[1]) Siehe pag. 41.

Keilförmiges Blättchen IV.

Einfallswinkel α.	Photogr. Platte.	Entfernug b in mm.	Streifenbreite [1]) in mm berechnet.	Streifenbreite [1]) in mm beobachtet.	Wahrsch. Fehler.
0°	301	1163	0,1738·	0,1744	0,0003 +
5°	302	1101	0,1734	0,1736	03 .
10°	303	1041,2	0,1723·	0,1722	03 .
15°	304	985,5	0,1703	0,1702	02 .
20°	305	935,9	0,1676·	0,1680	02 +
25°	306	984,5	0,1639	0,1642	02 +
30°	307	863,0	0,1593	0,1594	02 .
35°	308	842,9	0,1537·	0,1539	02 .
40°	309	835,4	0,1468	0,1470	02 .
45°	310	841,3	0,1387	0,1391	02 +
50°	311	860,6	0,1292	0,1293	02 .
55°	312	892,4	0,1182	0,1179	02 +
60°	313	934,7	0,1056	0,1056	02 .
65°	314	984,2	0,0914·	0,0910	02 +
70°	315	1036,3	0,0755	0,0750	02 +
75°	316	1085,8	0,0582·	0,0573	02 +
80°	317	1126,6	0,0395	0,0386	02 +

Keilförmiges Blättchen V.

0°	421	1163	0,07094·	0,07093	0,00009 .
5°	422	1145,3	0,07078	0,07078	09 .
10°	423	1128,2	0,07032·	0,07030	10 .
15°	424	1112,2	0,06953	0,06960	10 .
20°	425	1098,1	0,06841·	0,06838	10 .
25°	426	1086,2	0,06692	0,06695	10 .
30°	427	1077,2	0,06504·	0,06510	09 .
35°	428	1071,5	0,06272	0,06275	09 .
40°	429	1069,3	0,05994·	0,05988	09 .
45°	430	1071,0	0,05663·	0,05660	09 .
50°	431	1076,5	0,05275	0,05270	09 .
55°	432	1085,6	0,04826·	0,04820	09 .
60°	433	1097,7	0,04311	0,04305	09 .
65°	434	1111,9	0,03729	0,03723	13 .
70°	435	1126,8	0,03082	0,03165	11 +

[1]) Siehe pag. 41.

7. Allgemeines über die Photographien ohne Linse und die zugehörigen Tabellen.

Mit dem Quecksilberlicht war es möglich, die bisher ohne Linse auf einem Schirm nicht aufgefangenen Interferenzstreifen für $\varphi = 0^0$ mit grosser Schärfe zu photographieren und die dafür abgeleitete Formel für die Breite der Interferenzstreifen zu prüfen. Für φ von 0^0 verschieden ist es dagegen nicht gelungen, die Photographieen herzustellen, da für diese Fälle nicht sämtliche in einem (jedem beliebigen) Punkte der photographischen Platte zusammentreffenden Paare zusammengehöriger Strahlen denselben Grad der Helligkeit hervorrufen. Die in dem schon früher erwähnten Kästchen befindliche photographische Platte wurde beim Photographieren an den für die grösste Schärfe der Interferenzerscheinung nach der Formel berechneten Ort gebracht. Bei den Platten II, III und IV war die Entfernung des Ortes der Interferenzstreifen von den keilförmigen Blättchen niemals grösser als die 40 cm betragende Länge des Armes zur Messung der Einfallswinkel α am Interferenzmessapparat. Aus diesem Grunde konnte für die keilförmigen Blättchen II, III und IV beim Photographieren der Interferenzstreifen für die verschiedenen Einfallswinkel das Kästchen mit der photographischen Platte direkt an einem auf den Arm aufgesetzten Schieber befestigt werden. Die Einrichtung des Interferenzmessapparates gestattet es nicht, auf weniger als 10 cm mit der photographischen Platte an die keilförmigen Blättchen heranzukommen, für Platte V, wo der Ort der Interferenzen niemals über 10 cm von der keilförmigen Platte entfernt lag, sind deshalb keine Aufnahmen der Interferenzstreifen ohne Linse gemacht. Für Platte I betrug die Entfernung der Interferenzstreifen vom keilförmigen Blättchen bisweilen mehr als 40 cm, in diesen Fällen wurde der Arm des Interferenzmessapparates auf den betreffenden

Einfallswinkel eingestellt und mit zwei seitlich beleuchteten Diaphragmen von 1 cm Durchmesser versehen (ein weisses in 10 cm und ein schwarzes in 40 cm Entfernung vom keilförmigen Blättchen). Früher war es die Axe der Fernrohrhülse, jetzt die Axe einer kurzen Röhre von gleichem Caliber, die in ganz derselben Weise in die Axe der erwähnten Diaphragmen gebracht wurde. Gleichzeitig wurde die kurze Röhre in die Entfernung vom keilförmigen Blättchen gebracht, dass die photographische Platte in dem darauf gesteckten Kästchen sich genau an der für den Ort der Interferenzen berechneten Stelle befand.

Wie in den vorangehenden Tabellen für die Streifenbreite, so sind auch hier die als beobachtet angegebenen Werte immer die aus je 3 Ausmessungen mit dem Comparator genommenen Mittelwerte für die Breite der Streifen in der Mitte der Photographieen. Die verhältnismässig grosse Breite der Streifen erforderte die Ausmessung mit einer schwächeren Vergrösserung des Objektmikroskopes am Comparator, so dass dadurch die Genauigkeit der Ausmessung beeinträchtigt wurde.

Tabellen für die Streifenbreite ohne Linse.

Berechnet sind die Streifenbreiten der nachfolgenden Tabellen nach der Formel:

$$B = \frac{w}{\sin 2\,\alpha}\,\frac{b\,\lambda}{D}$$

Die für b benutzten Werte sind in den Tabellen für die Entfernung der Interferenzen zu finden.

Keilförmiges Blättchen I.

Grünes *Hg*-Licht.

Einfallswinkel α.	Streifenbreite in mm		Wahrscheinl. Fehler.
	berechnet.	beobachtet.	
10°	0,6852	0,6823	0,0037 .
15°	0,6776·	0,6784	23 .
20°	0,6667·	0,6646	17 +
25°	0,6522	0,6496	14 +
30°	0,6339	0,6333	12 .
35°	0,6115	0,6106	10 .
40°	0,5844	0,5841	08 .
45°	0,5523·	0,5536	08 +
50°	0,5145	0,5149	07 .
55°	0,4708·	0,4714	07 .
60°	0,4207·	0,4186	07 +
65°	0,3640	0,3621	08 +
70°	0,3009·	0,2974	10 +
	Blaues *Hg*-Licht.		
10°	0,5439·	0,5435	0,0029 .
15°	0,5378·	0,5324	18 +
20°	0,5290	0,5260	13 +
25°	0,5175·	0,5146	11 +
30°	0,5029·	0,5001	09 +
35°	0,4849	0,4838	08 +
40°	0,4633	0,4632	06 .
45°	0,4377·	0,4374	06 .
50°	0,4076	0,4077	05 .
55°	0,3728	0,3726	05 .
60°	0,3330	0,3318	05 +
65°	0,2880	0,2869	06 +
70°	0,2380	0,2363	08 +

Keilförmiges Blättchen II.

Grünes *Hg*-Licht.

Einfallswinkel α.	Streifenbreite in mm		Wahrscheinl. Fehler.
	berechnet.	beobachtet.	
20°	0,2868	0,2868	0,0011 .
25°	0,2807·	0,2810	08 .
30°	0,2728	0,2738	07 +
35°	0,2632·	0,2635	06 .
40°	0,2516·	0,2511	06 .
45°	0,2378	0,2375	06 .
50°	0,2216	0,2216	05 .
55°	0,2028	0,2026	05 .
60°	0,1813	0,1808	06 .

Blaues *Hg*-Licht.

20°	0,2277·	0,2274	0,0009 .
25°	0,2227	0,2224	07 .
30°	0,2165·	0,2157	06 +
35°	0,2088·	0,2091	05 .
40°	0,1995	0,1993	05 .
45°	0,1885	0,1882	05 .
50°	0,1756	0,1756	04 .
55°	0,1607·	0,1602	04 +
60°	0,1436·	0,1429	05 +

Keilförmiges Blättchen III.

Grünes *Hg*-Licht.

30°	0,2921	0,2923	0,0010 .
35°	0,2818	0,2796	09 +
40°	0,2694·	0,2688	09 .
45°	0,2546	0,2532	08 .
50°	0,2373·	0,2359	08 +

Blaues *Hg*-Licht.

Einfallswinkel α.	Streifenbreite in mm		Wahrscheinl. Fehler.
	berechnet.	beobachtet.	
30°	0,2318	0,2316	0,0008 .
35°	0,2236·	0,2240	07 .
40°	0,2137·	0,2123	07 +
45°	0,2019·	0,2047	06 +
50°	0,1881·	0,1867	06 +

Keilförmiges Blättchen IV.

Grünes *Hg*-Licht.

10°	0,9394	0,9397	0,0061 .
15°	0,9290·	0,9270	39 .
20°	0,9141·	0,9158	29 .
25°	0,8944·	0,8948	23 .
30°	0,8693	0,8747	19 +
35°	0,8386	0,8410	16 +
40°	0,8016·	0,8081	14 +
45°	0,7576	0,7606	13 +
50°	0,7059	0,7094	12 +
55°	0,6460	0,6458	13 .
60°	0,5774	0,5765	14 .
65°	0,4997	0,4982	16 .

Blaues *Hg*-Licht.

10°	0,7459·	0,7482	0,0049 .
15°	0,7375	0,7367	32 .
20°	0,7256·	0,7262	24 .
25°	0,7098	0,7116	19 .
30°	0,6898	0,6917	16 +
35°	0,6653·	0,6669	13 +
40°	0,6357	0,6415	12 +
45°	0,6007·	0,6022	11 +
50°	0,5595	0,5601	10 .
55°	0,5118	0,5118	11 .
60°	0,4573·	0,4563	12 .
65°	0,3956·	0,3942	13 .

8. Ueber den Ort der Interferenzstreifen und die zugehörigen Tabellen.

Der beabsichtigte Abdruck einiger Photographieen der Interferenzstreifen musste bei den mit Linse gemachten Aufnahmen unterbleiben, da die Raster bei dem in Frage kommenden Zinkdruckverfahren nicht die erforderliche Feinheit hatten. Für die breiteren ohne Linse aufgenommenen Interferenzstreifen befinden sich am Schluss der Arbeit auf Tafel 2 zwei Probeabdrucke (I. und II.) der Interferenzstreifen, die jedoch nicht die Schärfe der Originalaufnahmen erreichen.

Da die sämtlichen Aufnahmen der Interferenzstreifen sehr scharf und wie erwähnt in der Weise erhalten sind, dass bei den Aufnahmen mit Linse der Apparat auf den berechneten Ort der Interferenzstreifen eingestellt und bei denen ohne Linse die photographische Platte direkt an den Ort der Interferenzstreifen gebracht wurde, so ergibt sich daraus, dass der Ort der Interferenzen an den berechneten Stellen vor oder hinter den keilförmigen Blättchen liegen muss. Bei den später besprochenen Photographien mit geneigter photographischer Platte tritt die Uebereinstimmung des berechneten Orts mit der Stelle der schärfsten Interferenz noch deutlicher hervor, vergl. Seite 60. Welche Entfernungen von dem keilförmigen Blättchen die Rechnung für den Ort der Interferenzen ergibt zeigen die folgenden Tabellen.

Entfernung des Ortes der Interferenzen.

Die Berechnung der Entfernung E ist nach der Formel ausgeführt:

$$E = \pm \frac{\sin \alpha \cos^2 \alpha}{w^2} \frac{D}{\vartheta}$$

Das positive Vorzeichen gilt für $\varphi = 0^0$, das negative $\varphi = 180^0$.

Entfernung E in mm für grünes *Hg*-Licht:

Einfallswinkel α.	Keilförmige Blättchen				
	I	II	III	IV	V
0°	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
5°	169,3	45,3·	32,8	62,6	17,9
10°	333,0·	89,1·	64.6·	123,1	35,2
15°	485.3	129,8	94,1	179,5·	51,3
20°	620,8	166,1·	120,4	229,6·	65,6
25°	734,2	196,5·	142,5·	271,6·	77,6
30°	820,6	219,7·	159,6	303,6·	86,8
35°	875,9·	234,5	170,0	324,1·	92,6
40°	896,5	240,1	174,1·	331,8	94,9
45°	880,7	236,0	171,1·	326,1·	93.2
50°	828,2·	222,0	160,9	306,7	87,7·
55°	741,4	198,9·	144,1	274,7·	78,5
60°	625,8	168,0·	121.7	231,9	66,3
65°	490,4·	131,7·	95,4	181,8·	52,0
70°	347,4	93,3	67,6	128,8	36,8
75°				78,6	
80°				37,1·	

Entfernung E in mm für blaues *Hg*-Licht.

0°	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
5°	167,5·	44,8	32,5·	62,0·	17,7
10°	329,2	88,1	63,9·	121,8	34,8
15°	479,8·	128,1	93,1	177,5	50,7
20°	613,5	164,2	119,1·	227,1·	64,9
25°	725,4·	194,2	140,8	268,5·	76,8·
30°	810,4	217,1·	157,4·	300,0	85,8·
35°	864,5	231,6	167,9	320,1	91,5
40°	884,4	237,1·	171,9·	327,6·	93,7·
45°	868,3·	232,8	168,8·	321,7	92,0·
50°	815,9·	218,9	158,7·	302,4	86,4
55°	729,8	195,9	142,0	270,6	77,4·
60°	615,6	165,3	119,8	228,3	65,3·
65°	482,0	129,5	93,9·	178,8	51,1
70°	341,2	91,7	66,5·	126,7	36,2
75°				77,2	
80°				36,4	

9. Ueber die mit geneigter photographischer Platte gemachten Aufnahmen.

Zum Schluss sei noch bemerkt, dass eine um ca. 5^0 zur Axe der auf dem Einfallswinkelarm des Interferenzmessapparates befestigten Diaphragmen geneigte photographische Platte zeigte(die Diaphragmen sind wie stets beim Photographieren zuvor entfernt worden), dass verschiedene Maxima der Deutlichkeit der Interferenzstreifen in der Axenrichtung liegen. Auch ein Abdruck (III) dieser Aufnahme befindet sich auf Tafel 2, ein Maximum überwiegt die anderen bedeutend an Schärfe und der nach der Formel berechnete Ort der Interferenzstreifen, der durch eine Spitze bezeichnet ist, fällt genau in die Mitte dieses Maximums, was den schärfsten Beweis für die Uebereinstimmung der Formel mit der Beobachtung bildet. Die vor und hinter dem Hauptmaximum auftretenden Interferenzstreifen maxima sind bisher theoretisch noch nicht berechnet. Man erkennt, am besten wenn man flach über die Photographie in Richtung der Streifen hinwegsieht, dass die Helligkeiten eines beliebigen Maximums der Deutlichkeit nach beiden Seiten verlängert mit Dunkelheiten des vorangehenden und darauf folgenden Maximums zusammenfallen. Der Abdruck (IV) einer anderen Aufnahme, die unter sonst gleichen Umständen mit einem ca. 3 cm vor der photographischen Platte befindlichen 1 cm weiten Diaphragma gemacht wurde, zeigt in der Mitte ebenfalls verschiedene Maxima der Deutlichkeit der Interferenzstreifen, am Rande jedoch durchlaufende Interferenzstreifen. Auch hier ist zu bemerken, dass die beiden letzten Abdrucke bei weitem nicht die Schärfe der Originalaufnahmen haben. Eine zur Axe des eingestellten Fernrohrs um ca. 5^0 geneigte an der Stelle des sonst aufgesetzten photographischen Kästchens befindliche photographische Platte zeigte in ganz entsprechender Weise das Auftreten verschiedener Deut-

lichkeitsmaxima, von denen wieder eins durch besondere Schärfe hervorstach, die Randstreifen waren hier ebenfalls durchlaufend.

10. Ueber den wahrscheinlichen Fehler der Streifenbreite.

Eine abgeleitete Formel kann nach den Gesetzen der Fehlerrechnung als bestätigt angesehen werden, wenn die eine Hälfte der Abweichungen zwischen den beobachteten und berechneten Werten grösser, die andere Hälfte kleiner ist als der wahrscheinliche Fehler der Beobachtungen. Der Gesamtfehler eines Ausdruckes der eine Funktion von mehreren mit Fehlern behafteten Grössen ist, ist die Quadratwurzel aus der Summe der Quadrate von Produkten, jedes einzelne gebildet aus der partiellen Ableitung der Funktion nach der betreffenden mit Fehler behafteten Grösse multipliziert mit dem wahrscheinlichen Fehler dieser Grösse. Aus den angewandten Formeln für die Streifenbreite:

1) $$s = B = \frac{\lambda \cdot c}{\left(\frac{\sin 2\,a}{w}\frac{D}{\vartheta} + \frac{2\,w\,b}{\cos a}\right)\vartheta} = \frac{\lambda c}{2\,\mathrm{B}\cdot\vartheta}$$

und

2) $$s = B = \frac{w \cdot b \cdot \lambda}{\sin 2\,a \cdot D}$$

folgt als wahrscheinliche Abweichung der beobachteten und berechneten Werte:

1a) $$\Delta = \sqrt{(\delta s)^2 + s^2\left(\left(\frac{\delta c}{c}\right)^2 + \left(\frac{\delta\vartheta}{\vartheta}\right)^2 + \left(\frac{\frac{\partial \mathrm{B}}{\partial \frac{D}{\vartheta}}}{\mathrm{B}}\delta\frac{D}{\vartheta}\right)^2 + \left(\frac{\frac{\partial \mathrm{B}}{\partial b}}{\mathrm{B}}\delta b\right)^2 + \left(\frac{\frac{\partial \mathrm{B}}{\partial a}}{\mathrm{B}}\delta a\right)^2 + \left(\frac{\frac{\partial \mathrm{B}}{\partial n}}{\mathrm{B}}\delta n\right)^2\right)}$$

worin $B = \frac{1}{2}\left(\frac{\sin 2\alpha}{w}\frac{D}{\vartheta} + \frac{2wb}{\cos\alpha}\right)$ wie aus Gleichung 1) ersichtlich, und

$$2a)\quad \Delta = \sqrt{(\delta s)^2 + s^2\left[\left(\left(\frac{\sin 2\alpha}{2w^2} + 2\operatorname{cotg} 2\alpha\right)\delta\alpha\right)^2 + \left(\frac{n}{w^2}\delta n\right)^2 + \left(\frac{\delta b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\delta D}{D}\right)^2\right]}$$

Die bei der Bestimmung des Berechnungsverhältnisses n, des Neigungswinkels ϑ, der Entfernung der Keilkante von der Mitte $\frac{D}{\vartheta}$ und der Dicke D der keilförmigen Blättchen auftretenden Fehler sind so gering, dass ihr Einfluss gegenüber dem der übrigen Fehler vernachlässigt werden kann. Die für die Berechnung des Gesamtfehlers anzuwendenden Ausdrücke lauten daher:

$$1b)\quad \Delta = \sqrt{(\delta s)^2 + s^2\left[\left(\frac{\delta c}{c}\right)^2 + \frac{1}{B^2}\left(\left(\frac{\partial B}{\partial b}\delta b\right)^2 + \left(\frac{\partial B}{\partial a}\delta a\right)^2\right)\right]}$$

und

$$2b)\quad \Delta = \sqrt{(\delta s)^2 + s^2\left[\left(\left(\frac{\sin 2\alpha}{2w^2} + 2\operatorname{cotg} 2\alpha\right)\delta\alpha\right)^2 + \left(\frac{\delta b}{b}\right)^2\right]}$$

Bei den mit Linse (1) erzeugten Interferenzstreifen ist der wahrscheinliche Fehler δc der Entfernung der photographischen Platte von der Linse zu 0,2 mm, der wahrscheinliche Fehler δb der Entfernung der Linse vom keilförmigen Blättchen zu 1 mm angenommen. Für die Interferenzstreifen ohne Linse (2) wo b die Entfernung der photographischen Platte vom keilförmigen Blättchen ist, wurde der wahrscheinliche Fehler δb zu 0,5 mm angesetzt. δs setzt sich zusammen aus dem Fehler, der durch Verziehen der photographischen Platte[1]) entsteht und aus dem, der bei der Ausmessung der Streifen mit dem Comparator auftritt. Als Verziehungsfaktor der photographischen

1) Vergl. Diss, Ph. Floerke: Schichtverziehungen bei Gelatineplatten. Marburg a. L. 1908.

Schicht ist der hier wahrscheinlich zu kleine Wert $\frac{1}{2500}$ genommen. Der Fehler bei der Ausmessung ist verschieden, er ist abhängig von der Breite und Zahl der gemessenen Streifen, und schwankt bei den mit Linse gemachten Photographieen für die Breite eines Streifens zwischen 0,00022 mm und 0,00004 mm und bei denen ohne Linse zwischen 0,00063 und mm 0,00017 mm. Der Fehler der zusammen ausgemessenen Streifen durch die Anzahl der Streifen dividiert liefert die obigen Werte. An jeder Photographie wurde die Streifenbreite durch dreimalige Ausmessung (als Mittelwert)bestimmt. Es ging aus den Abweichungen je dreier zusammengehöriger Ausmessungen unter ein ander hervor, dass der Ausmessungsfehler bei denmit Linse gemachten Photographieen ca. 0,002 mm und bei denen ohne Linse ca. 0,006 bis 0,010 mm für die zusammen ausgemessenen Streifen betrug. Bei den letzteren ist der Fehler grösser, da infolge der grösseren Streifenbreite die Vergrösserung des Objektmikroskopes am Comparator kleiner genommen werden musste als bei den ersteren.

In den Tabellen sind die Werte für den zu erwartenden Fehler jedes Mal angegeben. Die Berechnung der Fehler ist für sämtliche mit grünem *Hg*-Licht gemachten Beobachtungen durchgeführt. Für die Beobachtungen mit blauem *Hg*-Licht sind die wahrscheinlichen Fehler nur für einige Fälle berechnet und die übrigen Fehlerwerte durch Proportion aus den Fehlerberechnungen für das grüne *Hg*-Licht gefunden. Die wahrscheinlichen Fehler sind mit einem + versehen, wenn sie kleiner sind als die Abweichungen der beobachteten und berechneten Werte und mit einem •, wenn sie grösser als diese Abweichungen sind. Eine Zusammenstellung der • und + Fehler gibt folgendes Bild:

Für die Beobachtungen mit Linse

grünes *Hg*-Licht		blaues *Hg*-Licht	
	$\varphi = 0^0$		
•	+	•	+
44	31	39	36
	$\varphi = 180^0$		
•	+	•	+
44	31	50	25

Für die Beobachtungen ohne Linse

grünes *Hg*-Licht		blaues *Hg*-Licht	
•	+	•	+
25	14	21	18

Schliesst man bei der Zusammenstellung die an dem keilförmigen Blättchen I, dessen tatsächliche Gestalt nicht unwesentlich von der keilförmigen abweicht (vergl. pag. 32 folg. und pag. 36), gemachten Beobachtungen aus, so kommt man zu folgendem günstigerem Ergebnis:

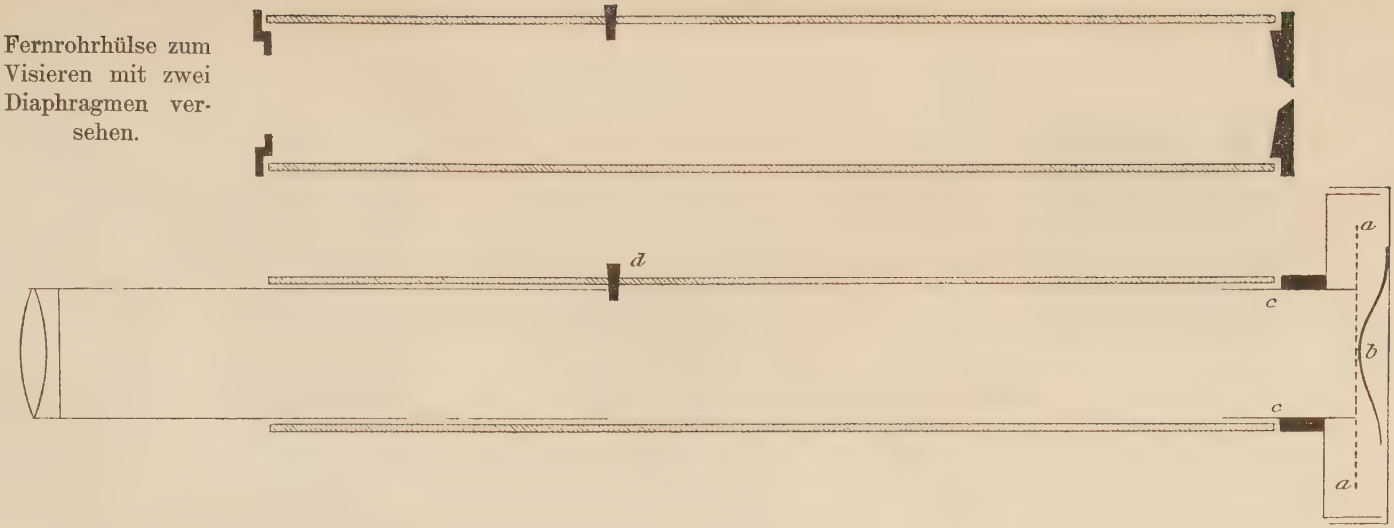
Für die Beobachtungen mit Linse

grünes *Hg*-Licht		blaues *Hg*-Licht	
	$\varphi = 0^0$		
•	+	•	+
41	19	33	27
	$\varphi = 180^0$		
•	+	•	+
40	20	43	17

Für die Beobachtungen ohne Linse

grünes *Hg*-Licht		blaues *Hg*-Licht	
•	+	•	+
18	8	16	10.

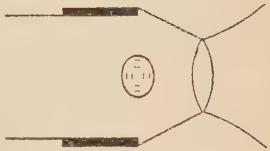
Fernrohrhülse zum Visieren mit zwei Diaphragmen versehen.



Fernrohrhülse mit eingestecktem *Objectivansatz* und *Kästchen für die photographische Platte*

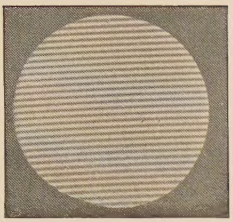
a ist die eingelegte photographische Platte, die durch die Feder *b* gegen den Rohransatz *c* gedrückt wird.
d ist das Widerlager des eingesteckten Objektivansatzes.

Für direkte Beobachtung mit dem Kästchen für die photogr. Platte auswechselbares Okular mit Okularmikrometerplatte.



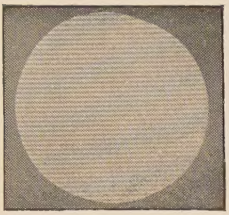
Tafel 1 (zu pag. 25 und 26).

I



Interferenzstreifen bei dem keilförmigen Blättchen IV für grünes Quecksilberlicht $a = 35^0$

II



Interferenzstreifen bei dem keilförmigen Blättchen IV für blaues Quecksilberlicht $a = 40^0$

Zu pag. 58.

III

IV

Abdrucke der Interferenzstreifen für grünes Quecksilberlicht bei dem keilförmigen Blättchen IV mit geneigter photographischer Platte und $a = 40^0$.

Die Spitze (→) gibt die Stelle an, an der Rechnung nach die Interferenzstreifen auftreten mussten. (Vgl. pag. 60)

Dem keilförmigen Blättchen zugekehrtes Ende der photographischen Platte.

Tafel 2.

Es ist mir eine angenehme Pflicht, auch an dieser Stelle meinen hochverehrten Lehrern

Herrn Prof. Dr. W. Feussner,

unter dessen Leitung die Arbeit entstand, für seine dauernde liebenswürdige Unterstützung, sowie

Herrn Prof. Dr. F. Richarz

für das mir stets entgegengebrachte Wohlwollen meinen ergebensten Dank auszusprechen.

Lebenslauf.

Ich, August Wetthauer, wurde am 17. Januar 1887 zu Hannover als Sohn des Rentners Heinrich Wetthauer geboren. Ich wurde im evangelischen Bekenntnis erzogen und bin preussischer Staatsangehöriger. Den ersten Unterricht erhielt ich in der Realschule I meiner Vaterstadt, die ich von 1893 bis 1903 besuchte. Im Jahre 1903 trat ich in die Oberrealschule ein, die ich Ostern 1906 mit dem Zeugnis der Reife verliess, um Naturwissenschaften zu studieren. Von Ostern 1906 bis Herbst 1907 war ich an der Universität Freiburg i. B. immatrikuliert, während des Winter-Semesters 07/08 an der Universität München und von Ostern 1908 studierte ich an der hiesigen Universität. Das examen rigorosum bestand ich am 1. Februar 1911. Seitdem bereite ich mich hier zum Staatsexamen vor.

Meine akademischen Lehrer, denen ich zu grossem Danke verpflichtet bin, waren:

In Freiburg i. B.: Fischer, Gattermann, Himstedt, Küster, Meyer, Michael, Riesenfeld, Seith, Stickelberger, Trautz, Uebinger, Willgerodt, Wolf.

In München: Donle, Espenberger, Grätz, Hartogs, Hofmann, Pringsheim, Frhr. v. Stromer, Voll, Voss.

In Marburg: v. Dalwigk, Elster, Feussner, Fischer, Hensel, Jung, Mirbt, Neumann, Richarz, Rühl, F. A. Schulze, Schwarz.